ФИЗИКА БОЙЫНША ЛЕКЦИЯЛАРДЫҢ ҚЫСҚАША

ТІРЕК КОНСПЕКТІЛЕРІ

АЛҒЫ СӨЗ

Физиканы оқытудың басты мақсаты:

- студенттерді қазіргі заманғы физиканың әлемдік сипатымен таныстыру және оларда дүние танудың ғылыми көзқарасын қалыптастыру;
- студенттерге классикалық қазіргі физиканың теорияларын және негізгі заңдарын пайдалана білу шеберлігін, сондай-ақ кәсіптік қызметтің негізгі жүйесі ретінде физикалық зерттеу әдісін игеретін деңгейде білім беру.

Жоғары оқу орындарындағы физика курсының міндеті:

– классикалық және қазіргі физиканың теорияларын, заңдарын, олардың ішкі ара байланыстарын, біртұтастығын және т.б. көріністерінің негізгі мән-мағыналарымен танысу, сондай-ақ болашақ инженерлер үшін физикалық үрдістер мен құбылыстарды бақылап және олардың байқалу заңдарын игеріп, белгілі жағдайда тиімді пайдалана білудің қаншалықты маңызды екендігіне көз жеткізу;

– студенттерді, кәсіптік мәселелерді шешудің негізі болып табылатын физика пәнінің әртүрлі салаларына қатысты мәселелерді (теориялық және эксперименттік) шешуге дағдыландыру;

– студенттерді эксперименттік немесе теориялық зерттеу әдістері арқылы алынған нәтижелердің дұрыстығының дәрежесін анықтауға дағдыландыру;

– студенттердің физикалық құбылыстардың моделдерін компьютер арқылы жасау, табиғи құбылыстарды өз бетімен танып білу, творчестволық ойлау жүйесін дамытуға жол ашу;

– студенттерді қазіргі өлшеу аспаптарымен таныстыру, эксперименттік зерттеулерді жүргізу, нәтижелерді өңдеу дағдысы мен іскерлігін жетілдіру, болашақ мамандығына байланысты қолданбалы мәселелердің нақты физикалық мағынасын танып білуге үйрету.

Физика пәні толыққанды дербес пән. Оның қарастырып отырған материалының мазмұны және логикалық құрылымы жоғарыда аталған міндеттер мен мақсаттарға толық сәйкес келуі тиіс.

1 МОДУЛЬ
КИНЕМАТИКА
1 лекция
Кіріспе

Физика – табиғат заңдарын зерттейтін негізгі жаратылыстану ғылымдарының бірі.

Соңғы уақытта плазма физикасы, элементарлық бөлшектер физикасы, жартылай өткізгіштер физикасы, биофизика, қатты денелер физикасы т.б. физиканың жаңа салалары интенсивті түрде қолға алынып дамытыла бастады.

Жалпы физика курсы бірнеше бөлімдерге бөлінеді: 1) механика, 2) молекулалық физика, 3) электр және магнетизм, 4) оптика, 5) атомдық және ядролық физика.

Механикалық қозғалыс заңдары физиканың бірінші бөлімі – **механикада** қарастырылады.

Біз механикаға жатқыза алатын физикалық дүниенің негізгі модельдері мыналар: 1) ньютондық, немесе классикалық, механика; 2) арнайы релятивистік механика; 3) кванттық, немесе толқындық, механика.

Механика: кинематика, динамика және статика.

Жалпы физика курсындағы механиканы оқып үйренуді бастау үшін, біз, физика пәні мен физикалық зерттеулер әдістеріне қатысты бірнеше қысқаша, жалпы ескертпелерді, сондай-ақ, кейбір негізгі ұғымдардың анықтамаларын келтіре кетуді жөн санадық.

Физиканың эксперименттік және теориялық әдістері. Физика – тәжірибеге сүйенетін ғылым; ол қолданатын негізгі мәліметтер мен физиктер жасайтын қорытындылар эксперимент нәтижесінде тәжірибеден алынады. Алайда, негізінен математиканың құралдары мен әдістеріне сүйене отырып жасалатын теориялық талдаусыз ешқандай да белгісіз заңдылықтарды түптеп зерттеу мүмкін болмаған еді.

Модельдер. Абстракциялар және модельдердің шектеулілігі.

Физикалық заңдар. Барлық құбылыстар мен үрдістер өзара белгілі бір себеп-салдарлық байланыста болады. Бақылаулар мен тәжірибелер негізінде оқымыстылар әртүрлі шамалардың өзгерулері арасындағы заңды байланыстарды ашып, белгілі бір себептік өзара байланыстарды анықтайды.

Физикалық шамалар және оларды өлшеу. Физикалық шамалар, өзгерістері қашанда өлшеулер арқылы орнатылатын дене қасиеттері мен үрдіс сипаттамаларын анықтайды, немесе басқаша айтқанда берілген шаманы бір бірлікке баланған тура сол тектес белгілі бір шамамен салыстыру арқылы.

Негізгі және туынды шамалар.

Физикалық шамалардың бірліктер жүйесі. Негізгі және туынды бірліктер. Физикалық шаманың өлшемділігі. Негізгі бірліктерді таңдау. Негізгі бірліктердің саны. Бірліктер жүйесін таңдаудың шарттылығы. Халықаралық бірліктер жүйесі (СИ). Уақыт бірлігі – секунд. Ұзындық бірлігі

– метр. Масса бірлігі – килограмм. Жүйеден тыс бірліктер. Ондық еселік және үлестік бірліктер.

Материя қозғалысының формалары әртүрлі: механикалық, электромагниттік, жылулық, және басқалары. Материя қозғалысының ең қарапайым түрі болып **қозғалыстың механикалық формасы** саналады: әртүрлі денелердің бір біріне салыстырмалы түрде орын ауыстыруы және дене формасының өзгеруі.

Кинематика нақты механикалық қозғалыстарды, олардың туу себептеріне, ондай қозғалыстардың табиғатта қалай пайда болатындықтарына көңіл бөлмей-ақ сипаттап береді. Ол үшін ең маңыздысы – тек физикалық негізділік және қолданымдағы модельдер аясындағы математикалық қатаңдық.

2 лекция

Материялық нүктенің кинематикасы

2.1. Механикалық қозғалыс. Кеңістік және уақыт. Санақ жүйесі
2.2. Материялық нүкте ұғымы. Материялық нүкте қозғалысының кинематикалық сипатталуы. Траектория теңдеуі
2.3. Орын ауыстыру векторы
2.4. Жылдамдық
2.5. Үдеу
2.6. Қатты дененің кинематикасы
2.7. Айналмалы қозғалыс кинематикасының элементтері. Айналмалы қозғалыс кезіндегі жылдамдық пен үдеу. Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу
2.8. Инерциялық санақ жүйелері. Салыстырмалылық принципі
2.9. Галилейдің түрлендірулері

Барлық материялық денелердің ара қашықтығы бар, олар бір біріне салыстырмалы түрде өз орнын иеленіп, белгілі бір тәртіпте орналасады. Материялық денелердің осы бір ең жалпылама қасиеттері адам санасында ұзақ уақыт бойға практикалық іс – әрекеттің нәтижесінде **кеңістік** кейпінде өз көрінісін тапқан.

Евклид геометриясы. Абсолюттік кеңістік. Салыстырмалы кеңістік.

Қоршаған орта ұдайы өзгерістер үрдісінде болады. Үрдістер белгілі бір ізбен тізбектеліп келіп отырады; үрдістердің әрқайсысының белгілі бір ұзақтығы бар. Дүние үнемі даму үстінде болады. Дамушы, өзгеруші дүниенің осы жалпылама қасиеттері адам санасында **уақыт** ұғымы түрінде көрініс тапқан.

Периодтық үрдістер. Сағат. Бірыңғай уақыт. Сағаттарды синхронизациялау.

Механикалық жүйелердің моделін жасау үшін маңызды абстракцияның бірі материялық нүкте ұғымы болып саналады. **Материялық нүкте** деп геометриялық мәні бойынша математикалық нүктеге эквивалентті, бірақ массасы бар физикалық нысанды айтады.

Материялық дене.

Әрбір қозғалысқа кем дегенде екі дене қатысады, сондықтан, қозғалысты сипаттау үшін, екі дененің бірін **санақ денесі** деп аламыз. Санақ денесі болып, негізінде кез келген дене кабылдана алады.

Қайсы бір санақ денесімен байланыста тұрған **санақ жүйесін**, мысалы **тікбұрышты координаттар жүйесі түрінде** көзімізге елестетуге болады. Кеңістіктің барлық нүктелерінің орналасу жағдайы сөзсіз, ойша алғандағы қатты, өзара перпендикуляр, тікелей санақ денесімен байланысқан, және координаттар жүйесінің **басы** деп аталатын, қайсыбір белгілі нүкте арқылы өтетін үш тік стерженьмен салыстырмалы түрде анықталған. Стерженьдердің кесінділерінің ұзындығы белгілі бір ұзындық бірлігі арқылы өлшенуі қажет. Сонда кеңістіктің әрбір нүктесі үш санмен – координаталармен анықталатын болады.

Ең маңызды координаттар жүйелері.

Радиус-вектор.

Материялы нүкте қозғалысын сипаттау дегеніміз, оның кез келген уақыт мезетіндегі орналасу орнын көрсету. Ол өз қозғалысы кезінде қозғалыс **траекториясы** деп аталатын санақ жүйесі нүктелерінің үздіксіз тізбегін құрайды.

Санақ жүйесі нүктелерінің орналасу жағдайын әртүрлі тәсілдермен сипаттауға болады, соған сәйкес, нүктенің қозғалысын да түсіндіруге мүмкіндік туады.

Қозғалысты координаттық формада сипаттау. Нүктенің қозғалысы кезінде оның координаттары ($x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$) уақыт озған сайын өзгереді, яғни, уақыттың қайсыбір функциясы болып табылады. Қозғалысты сипаттау – демек, осы функцияларды көрсетіп беру:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t). \quad (1)$$

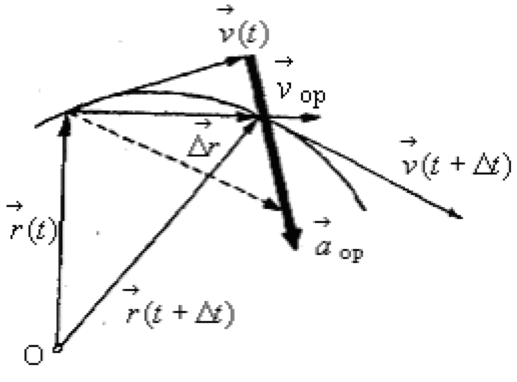
Қозғалысты векторлық формада сипаттау. Нүктенің қозғалысы кезінде оның радиус-векторы үздіксіз өзгеріп тұрады. Оның соңы (ұшы) траекторияны сипаттайды. Қозғалыс бейкоординаттық формада беріледі:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (2)$$

Қозғалысты траектория параметрлері көмегі арқылы сипаттау. Егер траектория берілген болса, онда ендігі мақсат оны бойлай жүретін қозғалыстың заңын көрсетіп беруге әкеп соғады. Траекторияның қайсыбір нүктесі бастапқы деп алынсын, ал кез келген басқа нүкте бастапқы нүктеден оны бойлай S қашықтығымен сипатталады:

$$S = S(t) \quad (3)$$

Орын ауыстыру векторы. $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$ орын ауыстыру векторы сандық жағынан соңғы және бастапқы нүктелердің арасындағы ара қашықтыққа тең болып, бастапқыдан соңғыға қарай бағытталған және материялы нүкте t және $t+\Delta t$ мезеттерінде болған траектория нүктелерін жалғастырады (1 Сурет).



1 Сурет.

Жылдамдық. Орташа жылдамдық векторы $\vec{V}_{op}$ екі нүкте арасындағы орын ауыстыру кезінде вектор ретінде анықталады (1 Сурет):

$$\vec{V}_{op}(t, t+\Delta t) = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad (4)$$

Лездік жылдамдық:

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (5)$$

Декарттық координаттар жүйесінде:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}_x \frac{dx}{dt} + \vec{i}_y \frac{dy}{dt} + \vec{i}_z \frac{dz}{dt}, \qquad (6)$$

мұнда $\vec{i}_x, \vec{i}_y, \vec{i}_z$ - координат өстеріндегі бірлік векторлар.

Лездік жылдамдық траекторияға жанама бойымен бағытталған (1 Сурет):

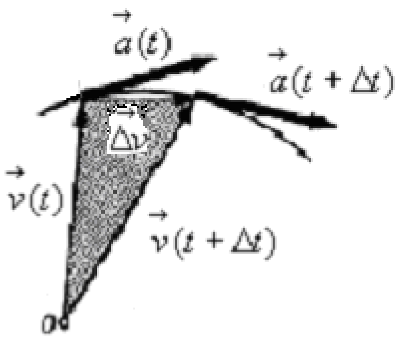
$$\vec{V} = \vec{\tau}\ v, \qquad (7)$$

мұнда $\vec{\tau}$ – траекторияға жанама бірлік вектор.

Үдеу. Δt уақыт бойынша орташа үдеу мынаған тең (1 Сурет):

$$\vec{a}_{op}(t, t+\Delta t) = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}. \qquad (8)$$

Жылдамдық годографы (2 Сурет):



2 Сурет.

$\Delta t \to 0$ кезде алынатын үдеу:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}. \qquad (9)$$

Декарттық координаттар жүйесінде:

$$\vec{a} = \vec{i}_x \frac{d^2x}{dt^2} + \vec{i}_y \frac{d^2y}{dt^2} + \vec{i}_z \frac{d^2z}{dt^2}. \qquad (10)$$

Толық үдеу өзара перпендикуляр екі вектордан: $\vec{\tau}\left(\frac{dv}{dt}\right) = \vec{a}_\tau$ тангенциаль үдеуден және $\vec{n}\frac{v^2}{R} = \vec{a}_n$ нормаль үдеуден құралады:

$$\vec{a} = \vec{n}\frac{v^2}{R} + \vec{\tau}\left(\frac{dv}{dt}\right). \qquad (11)$$

Толық үдеудің модулі:

$$a = \sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}\ . \qquad (12)$$

Қатты дененің кинематикасы

Еркіндік дәрежесі: материялық нүктелер жүйесінің қозғалысы сипатталатын тәуелсіз функциялардың (параметрлердің) санын еркіндік дәрежесі дейміз.

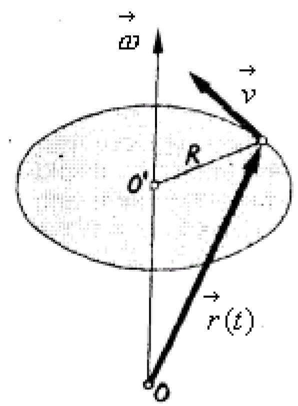
Егерде қозғалыс кезінде дененің барлық нүктелерінің жылдамдықтары бірдей болатын болса – бұл ілгерілемелі қозғалыс.

Егерде қозғалыс кезінде дененің барлық нүктелерінің траекториялары параллель жазықтықтарда жататын болса – бұл жазық қозғалыс.

Айналмалы қозғалыс. Бұрыштық жылдамдықтың векторы. Қатты дененің айналулары толығымен бұрыштық жылдамдықтың мәні арқылы сипатталады. Қатты дененің айналуларының барлық сипаттамаларын $\vec{w}$ бұрыштық айналу жылдамдығының векторы ұғымына біріктіруге болады. Ол модулі бойынша $w = \frac{d\varphi}{dt}$ тең және $\vec{V}$ қатты дене нүктелерінің сызықтық жылдамдығы

$$\vec{V} = \vec{w} \times \vec{r} \qquad (13)$$

формуласымен бейнеленетіндей жағдайда айналу өсінің бойымен бағытталған, және қатты дене нүктелерінің $\vec{r}$ радиус-векторларының санақ басы айналу өсі бойында жатыр деп есептелінеді (3 Сурет).



3 Сурет.

Элементар бұрыштық орын ауыстыру векторы. Элементар бұрыштық орын ауыстыру вектор болып табылады: $d\vec{\varphi}$. Сондықтан

$$\vec{w} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \qquad (14)$$

бұрыштық жылдамдық та вектор болып табылады, өйткені, $d\vec{\varphi}$ – вектор, ал dt – скаляр.

Бұрыштық үдеу. Уақыт бойынша бұрыштық жылдамдықтың туындысы $\frac{d\vec{w}}{dt}$ бұрыштық үдеу деп аталады:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{w}}{dt}. \qquad (15)$$

Инерциялық санақ жүйелері. Салыстырмалылық принципі. Галилейдің түрлендірулері

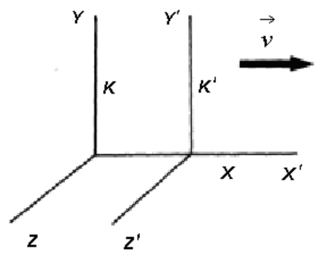
Толып жатқан тәжірибелерден көретініміз: қозғалмайтын жұлдыздар сферасына қарасты бірқалыпты ілгерілемелі және тұзусызықты, демек, бір біріне қарасты, қозғалыстағы барлық координаттар жүйелеріндегі бүкіл механикалық құбылыстар біркелкі түрде жүреді.

Тартылыс өрісі тым аздау деп топшылансын. Мұндай координаттар жүйелері инерциялық деп аталады, өйткені оларда Ньютонның инерция заңы әділетті боп есептеледі.

Бірінші болып Г. Галилей айтқан – барлық инерциялық координаттар жүйелеріндегі механикалық құбылыстар біркелкі жүреді деген пайымдау – **Галилейдің салыстырмалылық принципі** деп аталады.

Қатты дененің ең қарапайым қозғалысы – оның ілгерілемелі бірқалыпты түзусызықты қозғалысы. Осыған сәйкес, санақ жүйелерінің ең қарапайым салыстырмалы түрдегі қозғалысы болып, оның ілгерілемелі бірқалыпты түзусызықты қозғалысы алынады. Санақ жүйелерінің бірін шартты түрде қозғалмайтын, ал екіншісін – қозғалыста деп алайық. Әрбір санақ жүйесіне декарттық координаталар жүйесін енгіземіз. Қозғалмайтын K санақ жүйесіндегі координаталарды (x, y, z) арқылы, ал қозғалыстағыны K' – (x', y', z') арқылы белгілейік. Айтайық: "K' координаттар жүйесі K жүйесіне қарасты $\vec{V}$ жылдамдығымен қозғалуда".

Уақыттың әрбір мезетінде қозғалыстағы координаттар жүйесі қозғалмайтын жүйеге қарасты белгілі бір орында болады (4 Сурет).



4 Сурет.

Егер, $t=0$ мезетінде екі координаттар жүйелерінің бастары сәйкес келген болса, онда t мезетінде қозғалыстағы координаттар жүйесінің басы қозғалмайтын жүйенің $x=vt$ нүктесінде болады.

K жүйесінде қайсыбір Р нүктесінің *x, y, z* координаталары мен *K'* жүйесіндегі тура сол нүктенің *x', y', z'* координаталары арасындағы байланыс мынандай түрде беріледі:

$$x' = x - vt,\ y' = y,\ z' = z,\ t' = t. \qquad (16)$$

Бұл формулалар **Галилей түрлендірулері** деп аталады.

Керісінше қозғалмайтын жүйе ретінде *K'* жүйесін алуға болады. Онда Галилей түрлендірулері мынадай болады:

$$x = x' + vt',\ y = y',\ z = z',\ t = t'. \qquad (17)$$

Түрлендірулердің инварианттары. Координаталардың түрлендірілуі кезінде сандық мәндері өзгермейтін шамалар түрлендірудің инварианттары деп аталады.

Ұзындықтың инварианттылығы. Ұзындық Галилей түрлендірулерінің инварианты болып табылады:

$$l = \sqrt{\left(x_2^{'} - x_1^{'}\right)^2 + \left(y_2^{'} - y_1^{'}\right)^2 + \left(z_2^{'} - z_1^{'}\right)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = l'. \qquad (18)$$

Бірмезгілділік ұғымының абсолютті сипаты.

Уақыт интервалының инварианттылығы. Уақыт интервалы Галилей түрлендірулерінің инварианты болып табылады:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t'. \qquad (19)$$

Жылдамдықтарды қосу. *K'* координаттар жүйесінде материялы нүкте қозғалып келе жатыр делік. Қозғалмайтын координаттар жүйесінде оның жылдамдығының проекциялары мына теңдіктермен беріледі:

$$U_x = U_x' + v, \quad U_y = U_y', \quad U_z = U_z'. \qquad (20)$$

Бұлар классикалық механикадағы жылдамдықтарды қосудың формулалары болып табылады.

Үдеудің инварианттылығы. Осының алдындағы теңдіктерді $dt = dt'$ екендігін есте ұстай отырып, дифференциалдасақ, мынаны табамыз:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt'^2}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt'^2}. \qquad (21)$$

Осы формулалар көрсеткендей, үдеу Галилей түрлендірулеріне қарасты инвариантты болады.

3 лекция

Релятивистік механика

3.1 Эйнштейннің арнайы салыстырмалылық теориясы
3.2 Лоренц түрлендірулері
3.3 Лоренц түрлендірулерінің салдарлары
3.4 Түрлендірулердің инварианттары
3.5 Жылдамдықтарды қосудың релятивистік заңы

Ньютондық механика вакуумдағы жарық жылдамдығынан анағұрлым кем жылдамдықпен қозғалушы денелер үшін ғана әділетті. Жарық жылдамдығымен (c) салыстыруға болатын жылдамдықтармен болатын қозғалыстарды сипаттау үшін Эйнштейн **релятивистік механиканы**, яғни, **арнайы салыстырмалылық теориясы** (1905 ж.) талаптарын ескеруші механиканы жасады.

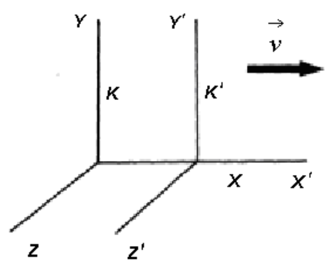
Бұл теорияның негізін **Эйнштейннің салыстырмалылық принципі** және **жарық жылдамдығының тұрақтылығы принципі** деп аталатын екі постулаты құрайды. Біріншісіне сәйкес, табиғаттың барлық заңдары барлық инерциялдық санақ жүйелерінде бірдей. Жарық жыдамдығының тұрақтылығы – вакуумдағы жарық жылдамдығының барлық инерциялық санақ жүйелерінде бірдей, және жарықтың қозғалыс көздері мен қабылдағыштарына тәуелсіз екендігін қуаттайды.

Төртөлшемді кеңістік. Әлемдік нүкте. Әлемдік сызық.

Екі әлемдік нүктелердің арасындағы қашықтықтың квадраты (бұл қашықтықты **кеңістіктік-уақыттық интервал** деп атайды және ΔS символымен белгілейді) мына формуламен анықталады:

$$\Delta S^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 \qquad (22)$$

Лоренц түрлендірулері. Инерциялық екі санақ жүйесін қарастырайық та оларды K және K' деп белгілейік. K' жүйесі K жүйесіне қарасты $\vec{V}$ жылдамдығымен қозғалсын делік. x және x' өстерін $\vec{V}$ векторы бойымен бағыттап, y және y', сонымен қоса z және z' өстерін бір біріне параллелді деп жорамалдайық (5 Сурет). Салыстырмалылық принципінің айтуына сай K және K' жүйелері мүлдем тең құқықты.



5 Сурет.

Галилей түрлендірулерінен жылдамдықтарды қосу заңы шығады:

$$U_x = U_x' + v \tag{23}$$

Бұл заң жарық жылдамдығының тұрақтылығы принципімен қарама-қайшылықта болады. Расында да, егер K' жүйесіндегі жарық сигналы $\vec{V}$ векторы бағытында c жылдамдығымен таралатын болса, онда (23) сәйкес, K жүйесіндегі сигнал жылдамдығы $c+v$ тең болып шығады, яғни c-дан асып түседі. Бұдан шығатыны, Галилей түрлендірулерінің басқа формулалармен алмастырылулары қажеттігі туындайды. Осы формулаларды келтірейік:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \left(\frac{v}{c^2}\right)x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{24}$$

(24) формулаларының жиынтығы **Лоренц түрлендірулері** атына ие.

Егер (24) теңдеуі штрихталған шамаларға қатысты шешілетін болса, K жүйесінен K' жүйесіне өтуге керекті түрлендірулер формулалары пайда болады:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{25}$$

$v<<c$ жағдайында Лоренц түрлендірулерінің Галилей түрлендірулеріне өтетінін оңай түсінуге болады.

Лоренц түрлендірулерінің салдарлары:

1 Әр түрлі санақ жүйелеріндегі оқиғалардың бірмезгілді еместегі (мысалы К жүйесінде оқиғалар кеңістікті алшақтанған болса, онда олар K' жүйесінде бірмезгілді емес).

2 Әр түрлі санақ жүйелеріндегі дененің ұзындығы $l = l_0\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$. Оған салыстырғанда қозғалысқа келетін жүйеде өлшенген таяқшаның $\boldsymbol{l}$ ұзындығы, оған салыстырғанда тыныштықта тұратын жүйеде өлшенген таяқшаның $\boldsymbol{l}_0$ ұзындығынан қысқа.

3 Оқиғалар арасындағы уақыт аралығы $\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$, $\Delta\tau$ денемен бірге қозғалатын сағаттардың көрсететін уақыты, оны *меншікті уақыт* деп атайды, ал Δt - тыныштықтағы сағаттардың көрсетуі. Формуладан көрініп тұрғандай қозғалыстағы сағаттардың жүрісі тыныштықтағы сағаттардан баяу.

Түрлендірулердің инварианттары. Әрбір оқиғаға жорамал төртөлшемді кеңістікте ct, x, y, z координаталы әлемдік нүктені қатар қоюға болады. Бір оқиға ct, x_1, y_1, z_1 координаталы, ал екіншісі – ct, x_2, y_2, z_2 координаталы болсын делік. Белгілерді енгізелік: $t_2 - t_1 = \Delta t, \quad x_2 - x_1 = \Delta x$, т.т.

K жүйесіндегі интервал квадраты (22) формуласымен аныкталады. K' жүйесіндегі тап сол оқиғалардың арасындағы интервал квадраты мынаған тең:

$$\Delta S'^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2. \tag{26}$$

(25) формулаларына сай, ал одан әрі осы мәндерді (26) формуласына салсақ, онда азғантай түрлендірулерден кейін $\Delta S'^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$ екендігін көреміз, яғни,

$$\Delta S'^2 = \Delta S^2 .$$

Осылайша, интервал бір инерциялы санақ жүйесінен екіншісіне өтуге қарағанда инвариант боп табылады.

Тура осылайша, меншікті уақыттың аралығы (денемен бірге қозғалатын сағат бойынша алынған уақыт осы дененің меншікті уақыты деп аталады да, әдетте τ әрпімен белгіленеді) оқиғалар арасындағы интервалға пропорционалды:

$$\Delta\tau = \frac{1}{c}\Delta S .$$

Интервал инвариант болып табылады. Демек, меншікті уақыт тура солай инвариант болып саналады.

Релятивистік механикадағы жылдамдықтарды қосудың формулалары:

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + \frac{v u_x'}{c^2}}, \quad u_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot u_y'}{1 + \frac{v u_x'}{c^2}}, \quad u_z = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot u_z'}{1 + \frac{v u_x'}{c^2}} . \tag{27}$$

$v << c$ болған жағдайда (27) арақатынастары классикалық механикадағы жылдамдықтарды қосудың формулаларына айналады.

1 Модуль үшін студенттердің өздік жұмысы (СӨЖ)

1. Векторлар және оларға қолданылынатын операциялар: қосу, алу, көбейту, проекцияларын табу.
2. Кинематикалық шамаларды график түрінде көрсете білу. Координаттар жүйесі. Координаттарды түрлендіру.
3. СИ Халықаралық бірліктер жүйесі.
4. Жарықтың табиғаты. Жарық жылдамдығын өлшеу. Майкельсон-Морли тәжірибесі.

2 МОДУЛЬ
МАТЕРИЯЛЫҚ НҮКТЕ (НҮКТЕЛЕР) ДИНАМИКАСЫ. САҚТАЛУ ЗАҢДАРЫ. ЖҰМЫС ЖӘНЕ ЭНЕРГИЯ

4 лекция
Күштер. Ньютон заңдары. Күштердің түрлері.

4.1 Күштер. Ньютон заңдары. Масса. Релятивистік қозғалыс теңдеуі. Релятивистік импульс және релятивистік масса

4.2 Механикадағы күштердің түрлері
4.3 Гравитациялық күштер. Бүкіләлемдік тартылыс заңы. Ауырлық күші
4.4 Салмақ
4.5 Серпімділік күштері. Гук заңы

Күш ұғымының пайда болуы

Өзара әсерлесу. Күштер материялы денелер арқылы жасалады. Сондықтан, күштер арқылы материялы денелер бір біріне әсер етеді деуге болады, яғни олар өзара әсерлеседі. Бұл жерде күш әсерлесудің интенсивтілігінің векторлық сандық өлшемі ретінде көрініп тұр.

Күшті өлшеу. Күш – вектор ретінде. Күшті өлшеуге болады. Күштер материялы денелердің қозғалыс жылдамдығын өзгертіп қана қоймай, оларды деформацияға да ұшырата алады. Деформацияланған дененің ең қарапайым және көрнекті мысалы ретінде сығылған немесе керілген серіппені келтіруге болады. Оны күшті өлшеудің эталоны ретінде пайдалану ыңғайлы. Күштер тек сандық мәндерімен ғана емес, сонымен бірге бағытымен де сипатталады. Күштер параллелограмм ережесі бойынша қалыптасады, яғни, векторлар сияқты. Осыған орай, күштің вектор екендігі дәлелденеді және, үдеу өлшеуінен тәуелсіз түрде күштерді өлшеу процедурасы бекітіледі.

Ньютонның 1-2 заңдары. Бәрімізге белгілі, бірінші заң бойынша, басқа денелерден әжептәуір алыста тұрған дене тыныштық күйін немесе, бірқалыпты түзусызықты қозғалысын сақтайды, ал екінші заң денеге түскен күштің әсерінен пайда болатын үдеудің өрнегін мына түрде береді

$$m\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)=\vec{F}\,, \qquad (28)$$

мұнда m – дененің массасы, $\frac{d\vec{V}}{dt}$ – үдеуі.

Ньютон заңын бейнелеуші (28) теңдеуі жай ғана күштің анықтамасы деген көзқарас қалыптасқан. Ньютонның екінші заңы (28) тек егер күштің бұл заңға тәуелсіз анықтамасы болса ғана жеке заң ретінде қарастырыла алады. Мұндай тұжырымды тәжірибе толығымен қуаттайды, сондықтан, (28) күштің анықтамасы емес, ал нағыз заң болып табылады. Бұл заңның физикалық мазмұны күштің қандай да бір нақты бейнесі бар екендігінде емес, ал күштің координаталардың уақыт бойынша екінші туындысын анықтайтындығында:

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right) = \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right).$$

Масса. Эксперименттер нәтижелері көрсететіндей, үдеу бағыты бойынша күшпен сай келеді. Бір күш әртүрлі денелерге әртүрлі үдеу береді. Әртүрлі күштер бір ғана денеге әртүрлі үдеу береді. Алайда, күштің үдеуге қатынасы қашанда бір ғана шамаға тең:

$$\frac{F}{a} = const = m \tag{29}$$

Егер (29) арасалмағын векторлық формада жазсақ, онда (28) теңдеуді аламыз. Бұл теңдеуді басқадай формада қайтадан жазуға болады:

$$\left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right) = \vec{F}, \quad \vec{P} = m\vec{V} \tag{30}$$

Массаның жылдамдыққа көбейтіндісі $\vec{P} = m\vec{V}$ импульс (қозғалыс мөлшері) деп аталады.

Күштің (29)-дегі үдеуге қатынасының мәнін анықтайтын дененің қасиеті дененің инерттілігі деп аталады, ал осы қатынастың мәні – инерттік масса немесе жай ғана масса делінеді.

Ньютонның үшінші заңы. Екі дененің өзара әсерлесуі кезінде олардың бірі екіншісіне тура сонша күшпен, бірақ екіншісіне қарама-қарсы бағытталғандай, біріншісінің екіншісіне қатысы сияқты әсер етеді:

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2} \tag{31}$$

Релятивистік қозғалыс теңдеуі. Релятивистік қозғалыс теңдеуі келесі формуламен өрнектеледі:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_o\vec{V}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \vec{F} \tag{32}$$

Бұл теңдеу Ньютонның қозғалыс теңдеуінің жинақтау қорытындысы. Оны неғұрлым ыңғайлы етіп былай жазуға болады:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad \vec{p} = m\vec{V}, \quad m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{33}$$

мұндағы m шамасы **релятивистік масса**, немесе жай ғана **масса** деп аталады; m_o – тыныштық массасы; $\vec{p}$ **релятивистік импульс** немесе, жай ғана **импульс** делінеді.

Механикадағы күштердің түрлері. Классикалық механикада негізінен гравитациялық және электромагнитік күштер, сонымен қатар серпімділік күштері мен үйкеліс күштері қарастырылады. Серпімділік және үйкеліс күштерінің табиғаты электромагнитті.

Гравитациялық күштер. Бүкіләлемдік тартылыс заңы

Бұл заң бойынша, бір бірінен r қашықтықта тұрған m_1 және m_2 нүктелік массалар арасындағы тартылыс күші F мынадай түрде анықталады:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{34}$$

мұндағы $G = 6{,}7\cdot 10^{-11}\dfrac{Н\cdot м^2}{кг^2}$ – гравитация тұрақтысы.

Жер бетіне таяу өріс. Жер радиусын R_o арқылы, ал оның жоғарғы бетінен массасы m материялы нүктеге дейінгі қашықтықты h деп белгілейік, сонымен қатар, $h << R_o$. Онда **ауырлық күші** былайша анықталады:

$$F = \frac{GMm}{(R_o + h)^2}, \tag{35}$$

мұнда M – Жердің массасы.

Ауырлық күшін белгілі дәлдікпен биіктікке тәуелсіз тұрақты шама деп есептеуге болады, ендеше

$$F_a = \frac{GMm}{(R_o)^2} = mg, \tag{36}$$

мұнда $g = \dfrac{GM}{R_o^2} = 9{,}81 м/с^2$ – Жер бетіне таяу жердегі еркін түсудің үдеуі.

Салмақ. Дененің ілгішке немесе тірекке әсер ету күшін дененің салмағы деп атаймыз және оны P әрпімен белгілейік. Егерде дене мен тірек (ілгіш) жерге салыстырғанда тыныштықта тұратын болса, онда салмақ mg-ға тең,

$$F_a = P = mg. \tag{37}$$

Егерде олардың қозғалысы қандайда бір a үдеумен жүретін болса, онда $P \neq mg$. Бұл жағдайда дененің салмағы келесі өрнекпен анықталады:

$$\vec{F} = m(\vec{g} - \vec{a}). \tag{38}$$

Осы өрнекті қозғалыс бағытына проекциялаcақ келесі формуланы аламыз

$$F = m(g \pm a), \tag{39}$$

бұл жерде «+» a жоғары бағытталғанда, «-» a төмен бағытталғанда.

Серпімділік күші. Гук заңы. Кез келген нақты дене оған түсірілген күштің әсерінен деформацияланады, яғни, өзінің көлемі мен формасын өзгертеді. Егер күш әсері тоқтатылғаннан соң дене өзінің бастапқы көлемі мен формасына қайтып оралса, деформация **серпімді** деп аталады.

Тәжірибе көрсететіндей, кішігірім деформация кезінде Δl серіппесінің ұзаруы созушы күшке пропорционал боп шығады: $\Delta l \sim F$. Тиісінше, серпімді күш серіппенің ұзаруына пропорционал болады:

$$F = k\Delta l \tag{40}$$

Пропорционалдық коэффициент k серіппенің қатаңдық коэффициенті деп аталады.

Серпімділік күші мен деформация арасындағы пропорционалдық туралы ұйғарым **Гук заңы** деген атауға ие.

5 лекция

Материялық нүктелер жүйесі. Сақталу заңдары. Импульстің және импульс моментінің сақталу заңдары.

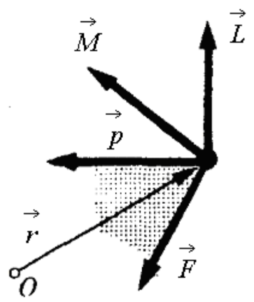
5.1 Материялы нүктелер жүйесі. Сыртқы және ішкі күштер
5.2 Материялық нүктелер жүйесінің күш моменті және импульс моменті. Материялық нүктелер жүйесіне арналған қозғалыс теңдеуі және моменттер теңдеуі
5.3. Механикалық жүйе массаларының центрі және оның қозғалыс заңы.
5.4. Сақталу заңдары
5.5. Импульстің сақталу заңы. Импульс моментінің сақталу заңы

Материялық нүктелер жүйесі деп олардың соңғы сандарының жиынтығын айтады. Жүйенің бұл нүктелерінің әрқайсысына шығу тегі екі түрлі күштер әсер етеді: біріншіден, бастау көзі жүйеден сырт жатқан күштер, олар **сыртқы күштер** деп аталады; екіншіден, **ішкі күштер** деп аталатын, жүйенің басқа нүктелері жағынан түсірілетін күштер.

О нүктесіне қарасты (6 сурет) материялық нүктеге әсер етуші күш моменті мына вектор болып табылады

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \tag{41}$$

$\vec{F}$ деп материялық нүктеге әсер етуші барлық күштердің тең әсерлісін айтады. Бастапқы деп қабылданып алынған қайсыбір материялық нүктенің О нүктесіне қарасты орналасу жағдайы $\vec{r}$ радиус-векторымен сипатталады.



6 Сурет.

О нүктесіне қарасты **материялық нүктенің импульс моменті** мына вектор (6 сурет)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}. \tag{42}$$

Уақыт бойынша (42) импульс моменті өрнегін дифференциалдау арқылы **моменттер теңдеуін** аламыз:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \tag{43}$$

Материялық нүктелер жүйесінің импульсі деп жүйені құраушы материялық нүктелер импульстерінің қосындысын айтады:

$$\vec{P}=\sum_{i=1}^{n}\vec{P_i}=\vec{P_1}+\vec{P_2}+\ldots+\vec{P_n}\,, \qquad (44)$$

мұнда $\vec{P_i}$- i индексімен белгіленген материялық нүктенің импульсі, n – жүйедегі нүктелер саны.

Материялық нүктелер жүйесінің бастапқы деп қабылданып алынған О нүктесіне қарасты импульс моменті деп О нүктесіне қарасты материялы нүктелер жүйесін құраушыларының импульс моменттерінің қосындысын айтады:

$$\vec{L}=\sum_i\vec{L_i}=\sum_i\vec{r_i}\times\vec{P_i}\,, \qquad (45)$$

мұнда $\vec{L_i}=\vec{r_i}\times\vec{P_i}$ – i индексімен белгіленген материялы нүкте импульсының моменті.

Материялық нүктелер жүйесіне әсер етуші күш жүйе нүктелерінің өзара әсерлесу күштерін қоса алғанда, жүйенің нүктелеріне әсер етуші барлық күштердің қосындысы ретінде анықталады:

$$\vec{F}=\sum_i\vec{F_i}\,, \qquad (46)$$

мұнда

$$\vec{F_i}=\vec{F_i}'+\sum_{j\neq i}\vec{F_{ji}} \qquad (47)$$

жүйенің i индексімен белгіленген материялық нүктесіне әсер етуші күш болып табылады. Ол осы нүктеге әсер етуші $\vec{F_i}'$ сыртқы күштен, және жүйенің басқа нүктелерімен әсерлесу нәтижесінде нүктеге әсер етуші $\sum_i\vec{F_{ji}}$ ішкі күштен құралады.

Ньютонның үшінші заңы материялық нүктелер жүйесіне әсер етуші күш үшін (46) ұйғарымын қарапайым түрге енгізуге көмектеседі:

$$\vec{F}=\sum_i\vec{F_i}=\sum\vec{F_i}'\,, \qquad (48)$$

яғни, материялық нүктелер жүйесіне әсер етуші күш, жүйе нүктелеріне әсер етуші сыртқы күштердің қосындысына тең. Сондықтан, (46)-да $\vec{F_i}$ -деп тек сыртқы күштерді түсінуге болады.

О нүктесіне қарасты **материялық нүктелер жүйесіне әсер етуші күш моменті деп**, О нүктесіне қарасты жүйе нүктелеріне түсірілген күш моменттерінің қосындысын айтады:

$$\vec{M}=\sum_i\vec{M_i}=\sum_i\vec{r_i}\times\vec{F_i}\,. \qquad (49)$$

(49)-ғы $\vec{F_i}$ күші i нүктесіне түсірілген ішкі күштерді қоса алғандағы толық күш болып табылады:

$$\vec{F_i}=\vec{F'}_i+\sum_{j\neq i}\vec{F_{ji}}\,,$$

мұнда $\vec{F_i}'$ – сыртқы күш, ал $\sum_{j\neq i}\vec{F_{ji}}$ – ішкі күштер.

Уақыт бойынша (44)-ті дифференциялдау арқылы **материялық нүктелер жүйесінің теңдеуін** аламыз:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \frac{d\vec{P_i}}{dt} = \sum \vec{F_i} = \vec{F}\,, \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}\,, \tag{50}$$

$$\vec{F} = \sum \vec{F_i}\,. \tag{51}$$

Мұндағы $\vec{F}$ шамасы сыртқы күштер қосындысына тең, өйткені, (51) қосындысында барлық ішкі күштер өзара қысқарады.

Уақыт бойынша (45)-ті дифференциалдасақ, **материялық нүктелер жүйесі үшін моменттер теңдеуін** аламыз:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \frac{d\vec{r_i}}{dt} \times \vec{P_i} + \sum \vec{r_i} \times \frac{d\vec{P_i}}{dt} = \vec{M}\,, \; \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}\,. \tag{52}$$

Естеріңізге салайық, $\vec{M}$ – сыртқы күштер моменті.

Массалар центрі. Бейрелятивистік жағдайда, яғни, аз жылдамдықты қозғалыстар кезінде, массалар центрі ұғымын енгізуге болады. Ең алдымен, нүктелер жүйесінің импульсі үшін ұйғарымдарды қарастырайық:

$$\vec{P} = \sum m_{oi}\vec{V_i} = \sum m_{oi}\frac{d\vec{r_i}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum m_{oi}\vec{r_i} = m\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\sum m_{oi}\vec{r_i}\right), \tag{53}$$

мұнда $m = \sum m_{oi}$ өзін құраушы нүктелердің тыныштық массасының қосындысы ретінде түсінілетін жүйе массасы.

Радиус-вектор

$$\vec{R} = \frac{1}{m}\sum m_{oi}\vec{r_i} \tag{54}$$

жүйе массаларының центрі деп аталатын жорамал нүктені анықтайды. $\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{V}$ шамасы – осы жорамал нүктенің қозғалыс жылдамдығы. Ендеше

$$\vec{P} = m\frac{d\vec{R}}{dt} = m\vec{V}\,. \tag{55}$$

Осы ұйғарымдарды ескерсек, қозғалыс теңдеуі мынадай түрге енеді:

$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}\,, \tag{56}$$

яғни, ол бүкіл массасы массалар центрінде шоғырланған, ал жүйенің нүктелеріне әсер етуші барлық сыртқы күштер оның массалар центріне түсірілген материялық нүкте қозғалысының теңдеуіне эквивалентті.

Сақталу заңдары қозғалыстың жалпы қасиеттерін теңдеулерді шешпей-ақ, және уақыт аралығындағы үрдістердің дамуы туралы жан-жақты ақпаратсызақ қарастыруға мүмкіндік береді.

Сақталу заңдарының жалпы сипаты оларды тек қозғалыстың теңдеуі белгілі болып, бірақ олардың шешуі белгісіз болғанда ғана емес, сонымен бірге қозғалыс теңдеуі белгісіз болғанда да қолдануға мүмкіндік береді. Нәтижесінде, қозғалыстың өте маңызды ерекшеліктерін күш әсері заңын білмей-ақ жиі анықтауға тура келеді.

Өте кең күштер класстары үшін қозғалыс теңдеулерінің бірінші интегралын жалпы түрде шығарып, нәтижесін физикалық шамалардың белгілі бір комбинацияларының сандық мәнінің тұрақтылығы ретінде қабылдау мүмкін болады. Сақталу заңы дегеніміздің өзі осы. Механикада сақталу заңдары математикалық тұрғыдан алғанда қозғалыс теңдеулерінің бірінші интегралдарына әкелінеді.

Тұйықталған жүйе үшін импульстің сақталу заңы. Егер сыртқы күштер жоқ болатын болса, материялық нүктелер жүйесі немесе материялық нүкте тұйықталған деп аталады. Сондықтан қозғалыс теңдеуінде

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \qquad (57)$$

күш $\vec{F} = 0$ және ол мына түрге енеді:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0. \qquad (58)$$

Осы теңдеуді интегралдасақ, алатынымыз:

$$\vec{P} = const, \qquad (59)$$

оған қоса,

$$P_x = const, \quad P_y = const, \quad P_z = const. \qquad (60)$$

Бұл теңдік импульстің сақталу заңын білдіреді: тұйықталған жүйе импульсі жүйе ішінде өтіп жатқан кез келген үрдістер кезінде өзгермейді. Бейрелятивистік жағдайда материялы нүктелер жүйесі үшін заң жүйенің массалар центрі бірқалыпты және түзу бағытта қозғалуда екенін бекітеді.

Материялық нүктелер жүйесі тұйықталмаған боп шығуы мүмкін, бірақ кейбір жағдайда сыртқы күштер тек белгілі бір бағыттарда ғана әрекет етеді де, ал қалғандарында жоқ болады. Айталық, мысалы *(x, y)* жазықтығына параллел бағыттарда күштер жоқ, яғни $F_x = 0, \quad F_y = 0, \quad F_z \neq 0$. Онда

$$P_x = const, \quad P_y = const. \qquad (61)$$

Бұдан көретініміз – *(x, y)* жазықтығында жүйе импульсі өз мәнін сақтайды.

Импульс моментінің сақталу заңы. Бұл заң да импульстің сақталу заңы сияқты тек тұйықталған жүйелер үшін әділетті. Олар үшін сыртқы күштер моменті $\vec{M}$ нөлге тең, және моменттер теңдеуі мынадай:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0. \qquad (62)$$

Бұл теңдеуді интегралдау арқылы алатынымыз:

$$\vec{L} = const, \qquad (63)$$

сонымен бірге

$$L_x = const, \quad L_y = const, \quad L_z = const. \qquad (64)$$

Импульс моментінің сақталу заңы мынаны білдіреді: тұйықталған жүйенің импульс моменті жүйе ішінде болып жатқан кез келген үрдістер кезінде өзгермейді.

Айталық, жүйе толығымен тұйықталмаған болуы да мүмкін, бірақ кейбір бағыттарға, мысалы, Z өсіне, күш моменті проекциясы нөлге тең. Демек, жүйені тұйықталған деп тек импульс моментінің Z-тік проекциясына ғана қатысты есептеуге болады:

$$L_z = const. \tag{65}$$

6 лекция

Жұмыс және энергия. Механикадағы энергияның сақталу заңы. Релятивистік механикадағы сақталу заңдары

6.1. Күш жұмысы. Механикалық жүйенің кинетикалық энергиясы және оның жұмыспен байланысы

6.2. Потенциалды (консервативті) күштер. Өрістің потенциалдығының математикалық критерийі

6.3. Сыртқы күш өрісіндегі материялық нүктенің потенциалды энергиясы және оның күшпен байланысы. Механикадағы энергияның сақталу заңы. Потенциалды энергияны нормалау.

6.4. Толық энергия және тыныштық энергиясы. Кинетикалық энергия. Масса мен энергия арасындағы арақатынас. Бөлшектің толық энергиясының импульс арқылы бейнеленуі.

Жұмыс пен жылдамдық өзгерісінің арасындағы байланысты табайық. Әуелі күш X өсі бойымен әсер ететін және қозғалыс осы өс бойында болатын бірөлшемді жағдайда қарастырайық. Нүкте қозғалысының теңдеуін шеше отырып (бұл теңдеудің екі бөлімін де v_x-ке көбейтіп)

$$m_o \frac{dv_x}{dt} = F_x , \qquad (66)$$

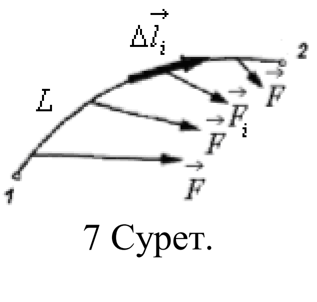
біржолата мынаны табамыз:

$$\frac{m_o v_{x2}^{\;2}}{2} - \frac{m_o v_{x1}^{\;2}}{2} = \int_{x1}^{x2} F_x dx , \qquad (67)$$

мұндағы m_o – нүктенің массасы, ал $\frac{m_o v_x^{\;2}}{2}$ – **нүктенің кинетикалық энергиясы.**

Материялық нүктенің кинетикалық энергиясының оның екі түрлі орналасуы арасындағы орын ауыстыруы кезіндегі өзгеруі осы жердегі күштің атқарған жұмысына тең.

Нүкте алғашқыдағыдай түзу бойымен емес ерікті траекториямен қозғалсын делік (7 сурет).



7 Сурет.

Қозғалыс траекториясын қысқа кесінділерге $\Delta\vec{l}_i$ бөлейік. Осы кесіндідегі элементарлық жұмыс:

$$\Delta A_i = \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = F_i \Delta l_i \cos(\vec{F}_i, \Delta\vec{l}_i) . \qquad (68)$$

Кесінділердің ұзындықтарын ($\Delta\vec{l}_i$) нөлге қарай, ал олардың санын – шексіздікке ұмталдыра отырып,ерікті траектория бойынша орын ауыстыру кезіндегі **күштің жұмысын** аламыз:

$$A = \lim_{\Delta\vec{l}_i \to 0} \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F} \cdot d\vec{l} \ . \qquad (69)$$

Осы теңдеудің оң жақ бөлігіндегі интеграл – L сызығының бойымен, 1 және 2 нүктелердің арасында алынған – қисықсызықты интеграл деп аталады.

Енді қозғалыстың жалпы теңдеуін қарастырайық:

$$m_o \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} \ . \qquad (70)$$

Бұл теңдеуді шеше отырып (теңдеудің екі бөлігін де $V = \frac{d\vec{r}}{dt}$-ға көбейтіп) мынаны табамыз:

$$\frac{m_o v_2^{\ 2}}{2} - \frac{m_o v_1^{\ 2}}{2} = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F} \cdot d\vec{l} \ . \qquad (71)$$

Көп жағдайда күштің қасиеттері соншалықты, тіпті (71)-дегі оң жақ бөлім (энергияның өлшемділігіне ие шама) механика аясында анық мәнге ие болады.

Потенциалды (консервативті) күштер. Күштерді олардың қасиеттері бойынша екі класқа бөлуге болады. Бірінші класс күштері үшін, екі нүкте арасында орын ауыстыру барысындағы жұмыс осы орын ауыстыру кезіндегі жүрілген жолға тәуелді емес, ал екінші класс күштері үшін – тәуелді.

Жұмысы траекторияның бастапқы және соңғы нүктелеріне тәуелді, бірақ оның түріне тәуелсіз болатын күштер потенциалды (консервативті) деп аталады . Бұл күштерге тартылыс күштері жатады.

"Потенциалды күштер" деген атаудың орнына көбінесе "потенциалды өрістер" делінеді. Күш өрісі деп нүктелерінде қарастырылып отырған күштер әрекет ететін кеңістік аясын айтады.

Потенциалды өріс дегеніміз, ондағы жұмыс, яғни интеграл:

$$\int_{(1)}^{(2)} \vec{F} \cdot d\vec{l} \qquad (72)$$

1 және 2 нүктелердің орналасу орындарына ғана тәуелді болып, бірақ осы нүктелерді қосатын жолдың түріне тәуелсіз болса. Бұл анықтамаға басқаша математикалық пішін беруге де болады:

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0 , \qquad (73)$$

және сөзбен анықтама формасында айтсақ: 1) өріс потенциалды деп айтылады, егер де өрістің күш жұмысы кез келген тұйық контур бойынша нөлге тең болса; және критерий формасында айтсақ: 2) өріс потенциалды болу үшін, өрістің күш жұмысы кез келген контур бойынша нөлге тең болуы қажет және жеткілікті.

Енді әлдебір **математикалық теореманы** дәлелдеусіз түрде келтіре отырып пайдалансақ: егер F_x , F_y , F_z потенциалды күштің проекциялары болған болса онда мынадай функцияның $E_n(x, y, z)$ бар болғаны, және оның көмегінің арқасында осы проекциялар мынандай формулалармен бейнеленеді:

$$F_x = -\frac{\partial E_n}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial E_n}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial E_n}{\partial z}. \tag{74}$$

E_n функциясының көмегі арқылы (71) теңдіктің оң жақ бөлігіндегі күштің жұмысын есептеп шығаруға болады. Ол үшін бірінші мына теңдікті есептеп шығарамыз:

$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = -dE_n .$$

Теңдектен интеграл алсақ 1-ші нүктеден 2 нүктеге орын ауыстыру кезіндегі жұмысты аламыз:

$$\int_{(1)}^{(2)} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\int_{(1)}^{(2)} dE_n = -(E_{n2} - E_{n1}), \tag{75}$$

мұнда E_{n1} мен E_{n2} – E_n функциясының 1 және 2 нүктелердегі мәндері.

(71) орнына (75) ескерсек, мынаған ие боламыз:

$$\frac{m_o v_2^{\,2}}{2} - \frac{m_o v_1^{\,2}}{2} = -(E_{n2} - E_{n1}). \tag{76}$$

Осылайша, 1 және 2 нүктелердің арасындағы кинетикалық энергия E_n шамасы дәл сондай нүктелердің арасында орын ауыстыру кезінде теріс белгімен өзгергеніндей мәнге өзгерді. Теңдікті мынадай түрде қайта жазған ыңғайлы:

$$\frac{m_o v_2^{\,2}}{2} + E_{n2} = \frac{m_o v_1^{\,2}}{2} + E_{n1}. \tag{77}$$

Бұдан шығатыны, қозғалыс кезіндегі кинетикалық энергия мен E_n шамасының қосындысы тұрақты болып қалады:

$$\frac{m_o v^2}{2} + E_n = const . \tag{78}$$

E_n шамасы материялы нүктенің **потенциалды энергиясы**, ал теңдік – **энергияның сақталу заңы** деп аталады.

Енді потенциалдық энергияның күшпен байланысын көрсетуге болады. Күшті вектор ретінде жазайық:

$$\vec{F} = \vec{i}_x F_x + \vec{i}_y F_y + \vec{i}_z F_z, \tag{79}$$

мұнда $\vec{i}_x, \ \vec{i}_y, \ \vec{i}_z$ – координаттық остер бойындағы бірлік векторлар.

Потенциалды күштің проекцияларын

$$F_x = -\frac{\partial E_n}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial E_n}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial E_n}{\partial z}, \tag{80}$$

ескере отырып табатынымыз:

$$\vec{F} = -\vec{i}_x \frac{\partial E_n}{\partial x} - \vec{i}_y \frac{\partial E_n}{\partial y} - \vec{i}_z \frac{\partial E_n}{\partial z}. \tag{81}$$

Набла операторын пайдалансақ $\nabla = \vec{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{i}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{i}_z \frac{\partial}{\partial z}$,

біржолата алатынымыз

$$\vec{F} = -\nabla E_n = -grad\, E_n . \tag{82}$$

Потенциалды энергияны таңдаудағы еркінділікті пайдалана отырып, оны кеңістіктің қайсыбір нүктесіндегі кез келген алдын ала берілген мәнге тең етіп алуға болады. Сонда барлық қалған нүктелердегі оның мәні сөз жоқ фиксацияланған болып бекітіледі. Потенциалды энергияға сөзсіздікті берудің бұл процедурасы **нормалау** деп аталады.

Релятивистік жағдайдағы энергияның сақталу заңы:

$$\frac{m_o c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + E_n = const\ . \tag{83}$$

E_n потенциалды энергияның бейрелятивистік теориядағыдай мәні тура сол, ал

$$E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{84}$$

шамасы дененің **толық энергиясы** деп аталады.

Дене тыныштық жағдайында тұрған кезде ($v=0$), ол

$$E_0 = m_o c^2 \tag{85}$$

энергиясына ие, ол **тыныштық энергиясы** деп аталады.

Ерікті жылдамдықпен қозғалушы дененің E_k **кинетикалық энергиясы** мына формуламен беріледі:

$$E_k = E - m_o c^2 = m_o c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right). \tag{86}$$

Релятивистік массаға арналған

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{87}$$

формуланы есте ұстай отырып толық энергияға арналған теңдікті мына түрде жазамыз:

$$E = mc^2. \tag{88}$$

Бұл теңдік – физиканың ең іргелі заңдарының бірі болып табылады және масса мен энергия арасындағы арақатынасты береді, оны Эйнштейн анықтаған.

Релятивистік импульске арналған

$$\vec{p} = \frac{m_o \vec{V}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{89}$$

теңдеуден және толық энергия теңдеуінен

$$E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{90}$$

v жылдамдығын алып тастасақ, p импульс арқылы бөлшектің толық энергиясының бейнесін аламыз:

$$E = c\sqrt{p^2 + m_o{}^2 c^2} \,. \tag{91}$$

7 лекция
Соқтығысулар.

7.1. Соқтығысу кезіндегі сақталу заңдары.
7.2. Серпімді соқтығысу.
7.3. Серпімсіз соқтығысу.

Соқтығысу деп кеңістіктің салыстырмалы түрде аздаған ғана облысында салыстырмалы түрде аздаған ғана уақыт аралығында жүретін екі немесе өте көп материялық денелердің, бөлшектердің және т.с. әсерлесуін айтады.

Соқтығысуды қарастыру кезінде ең басты нәрсе процестің өзін білу емес, оның нәтижесі. Соқтығысуға дейінгі мезет бастапқы күй, ал одан кейінгі-соңғы күй деп аталады. Бастапқы және соңғы күйлерді сипаттайтын шамалар арасында, әсерлесудің сипатымен тәуелсіз белгілі қатынастар орнатылады. Осы қатынастардың бар екендігі, соқтығысуға қатынасатын денелер мен бөлшектердің жиынтығының энергияның, импульстің және импульс моментінің сақталу заңдары орындалатын тұйық жүйені құрайтындығы болып табылуын көрсетуінде. Ендеше, бөлшектер немесе денелердің бастапқы және соңғы күйлерін сипаттайтын шамалар арасындағы қатынастар, соқтығысу кезіндегі энергияның, импульстың және импульс моменттерінің сақталу заңдарымен өрнектеледі.

Импульстың сақталу заңы. Әртүрлі денелердің импульстерінің соқтығысуға дейінгісін $\vec{P_i}$ арқылы, ал соқтығысудан кейінгісін $\overrightarrow{p'_j}$ арқылы белгілейік *(i=1, 2, 3….n; j=1, 2, 3....k).* Тұйық жүйенің импульсі сақталатындығын біле отырып мынаны жазуға болады:

$$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{p_i} = \sum_{j=1}^{k} \overrightarrow{p'_j} \qquad (92)$$

Осы заң релятивистік және релятивистік емес жағдайларда да орындалады.

Энергияның сақталу заңы. Соқтығысу кезіндегі энергияның сақталу заңы мына өрнекпен беріледі:

$$\sum_{i=1}^{n} (E_{ішкі,i} + E_{к,i}) = \sum_{j=1}^{k} (E'_{ішкі,j} + E'_{к,j}), \qquad (93)$$

бұл жерде $E_{ішкі}$ – денелердің ішкі энергиясы, $E_к$ - олардың ілгерілемелі қозғалыстарының кинетикалық энергиясы, i мен j соқтығысуға дейінгі және соқтығысудан кейінгі денелердің сандары және соларға сәйкес энергияларды сипаттайды.

Бұл жерде айта кететін бір мәселе, $E_{ішкі}$ (ішкі энергия) соқтығысу кезінде пайда болатын жылу энергиясынан және соқтығысатын денелерді құрайтын бөлшектердің өзара әсерлесу потенциалы энергияларының қосындысынан тұрады. Біздің қарастырып отырғанымыз тек релятивистік емес жағдай. Ал, тікелей соқтығысатын денелердің арасындағы әсерлесу потенциалы энергиясын біз қарастырмаймыз, өйткені денелер соқтығысуға дейін және соқтығысудан кейін әсерлесіп тұр деп есептелінбейді.

Импульс моментінің сақталу заңы. Соқтығысу кезіндегі импульс моментінің сақталу заңы мына өрнекпен беріледі

$$\sum_{i=1}^{n}(\vec{L}_i + \vec{L}_{ішкі}) = \sum_{j=1}^{k}(\vec{L'_j} + \vec{L'}_{ішкі,j}) \tag{94}$$

бұл жерде $\vec{L}$ – соқтығысуға қатысатын денелердің импульс моменттері, ал $\vec{L}_{ішкі}$ олардың ішкі импульс моменттері.

Серпімді соқтығыс. Егер де соқтығысу кезінде денелердің ішкі энергиясы өзгермейтін болса, онда соқтығысу серпімді деп аталады. Ішкі энергия абсолютті түрде өзгермейтін болса, соқтығысу абсолют серпімді соқтығысу деп аталады.

Релятивистік емес жағдайдағы денелердің соқтығысын қарастырайық. Координат жүйесін таңдаған кезде соқтығысуға дейінгі екі дененің біреуі тыныштықта тұр деп есептейік, былайша айтқанда $\vec{p_2} = 0$.

Ендеше (92) және (93) формулаларды қолдана отырып энергияның және импульстің сақталу заңдарын былай жазуға болады:

$$\frac{p_1^{\,2}}{2m_1} = \frac{p_1'^{2}}{2m_1} + \frac{p_2'^{\,2}}{2m_2} \tag{95}$$

$$\vec{p_1} = \vec{p_1'} + \vec{p_2'}, \tag{96}$$

бұл жерде кинетикалық энергия импульс $[m\upsilon^2/2 = P^2/(2m)]$ арқылы өрнектелген және серпімді соқтығыс кезінде ішкі энергия өзгермейді деп есептелінген. (95) және (96) өрнектерді бірге шеше отырып келесі теңдеуді аламыз:

$$p_2' = \left[\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right] p_1 \cos\theta, \tag{97}$$

бұл жерде P_1 бірінші дененің (массасы m_1) соқтығысқа дейінгі импульсі, P_2' екінші дененің (массасы m_2) соқтығыстан кейінгі алған импульсі, ал θ $\vec{P_1}$ мен $\vec{P_2'}$ векторларының арасындағы бұрыш. Осы алынған өрнек қарастырылып отырған есепті толығымен шеше алады деп есептеуге болады.

Маңдайлық соқтығыс. $\Theta=0$ болсын. Осы жағдайда соқтығысу маңдайлық (центрлік) деп аталады.

$\Theta = 0$ деп есептей отырып (97) өрнектен келесі формуланы аламыз:

$$p_2' = \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) p_1, \tag{98}$$

ал (98) формуладан мына формуланы шығарып аламыз:

$$E'_{K2} = \left[\frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right] E_{K1}. \quad (99)$$

Көрініп тұрғандай, энергияның максимал берілуі денелердің массалары тең болған кезде жүзеге асырылады. Бұл жағдайда

$$E'_{K2} = E_{K1}, \quad (100)$$

былайша айтқанда бірінші дененің энергиясы толығымен екіншіге беріледі. Бірінші дене бұл кезде тоқтайды.

Осы нәтижені импульстің сақталу заңы (96) мен (98) формуладан да шығарып алуға болады. $m_1 = m_2$ деп есептей отырып (98) формуладан

$$\vec{P}_2' = \vec{P}_1 \quad (101)$$

өрнегіне келеміз. Осыны (96) формулаға қойсақ

$$\vec{P}_1' = 0 \quad (102)$$

теңдігін аламыз.

(99) формуланы зерттей отырып соқтығысатын денелердің массалары бір-бірінен өте алшақ болған жағдайда ($m_1 \geq m_2$ немесе $m_2 \geq m_1$) берілетін энергияның өте аз болатындығын көрсетуге болады, б.а. екі жағдайда да $E'_{K2} \leq E_{K1}$.

Серпімсіз соқтығыс. Соқтығысу кезінде денелердің ішкі энергиясы өзгеретін болса, онда соқтығысу серпімсіз деп аталады. Егер де соңғы күйде бүкіл энергия ішкі энергияға ауысып кететін болса, соқтығысу абсолют серпімсіз соқтығысу деп аталады.

Абсолют серпімсіз соқтығысуды қарастырайық. Бұл жағдайда соқтығысатын денелер бір бірімен қосылып бір дене болып кетеді. Массасы m_2 екінші дене соқтығысуға дейін тыныштықта тұр деп есептеп, келесі сақталу заңдарын жазуға болады:

$$E_{ішкі,1} + E_{ішкі,2} + E_{K,1} = E'_{ішкі,(1+2)} + E'_{K,(1+2)} \quad (103)$$

$$\vec{P}_1 = \vec{P'}_{(1+2)} \quad (104)$$

бұл жерде $E_{ішкі,\ 1}$ және $E_{ішкі,\ 2}$ - бірінші және екінші денелердің соқтығысуға дейінгі ішкі энергиялары, $E_{к,\ 1}$ қозғалыстағы дененің кинетикалық энергиясы, $\vec{P}_1$ – оның импульсі, $E'_{ішкі,(1+2),}$, $E'_{K,(1+2)}$ және $\vec{P'}_{(1+2)}$– қосылып кеткен денелердің ішкі және кинетикалық энергиясы және импульсі.

Осы теңдеулерді қолданып бірнеше есептерді шығаруға болады. Мысалы (104) теңдеуді пайдаланып қосылу нәтижесінде алынған дененің жылдамдығын табуға болады:

$$v_2 = v'_{(1+2)} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_1.$$

Осы формулалардың көмегімен ішкі энергияға айналған кинетикалық энергияны да есептеуге болады:

$$\Delta E_K = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_{K1}.$$

2 Модуль үшін студенттердің өздік жұмысы (СӨЖ)

1. Үйкеліс күштері және олардың түрлері.
2. Қатты дененің деформациясы. Гук заңы.
3. Массасы айнымалы денелердің қозғалыстары.

3 МОДУЛЬ
АБСОЛЮТ ҚАТТЫ ДЕНЕНІҢ ДИНАМИКАСЫ. ИНЕРЦИЯЛЫҚ ЕМЕС САНАҚ ЖҮЙЕЛЕРІНДЕГІ ҚОЗҒАЛЫС. ТАРТЫЛЫС ӨРІСІНДЕГІ ҚОЗҒАЛЫС.

8 Лекция

Инерция тензоры. Инерция моменті. Қатты дененің кинетикалық энергиясы

8.1Абсолют қатты дене ұғымы. Инерция тензоры. Қатты дененің инерция моменті. Қатты дененің айналмалы қозғалысының қозғалмайтын өске қарасты динамика теңдеуі
8.2Гюйгенс – Штейнер теоремасы

8.3Айналыстағы қатты дененің кинетикалық энергиясы.

Санақ денесі болып кез келген дене алына алады. Алайда, евклидтік геометрия ұғымдарын пайымдап бекіту кезінде басты рөлді **абсолют қатты дене** атқарған болатын. **Абсолют қатты** деп кез келген нүктелерінің арасындағы қашықтық өзгеріссіз болатын денені айтады.

Қатты дене ара қашықтығы тұрақты болатын материялық нүктелер жүйесі ретінде қарастырыла алады. Сондықтан, материялық нүктелер жүйесі туралы пайымдаулар мен теңдеулер қатты денелер үшін де қолданылады. (50) және (52) теңдеулерді, осы жерде тағы да жазып көрсете кетейік:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}, \qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \tag{105}$$

Бұл теңдеулер жүйесі жалпы алғанда тұйық жүйе болып саналмайды. Алайда, олар қатты дене үшін тұйық теңдеулер жүйесі болып табылады.

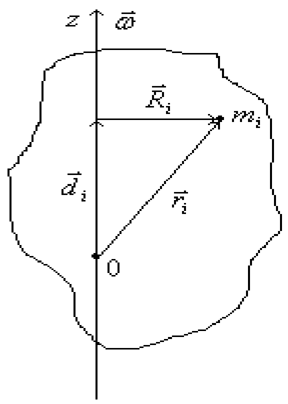
Инерция тензоры. Инерция моменті

Қатты дененің қозғалысын толық сипаттаған кезде оның қозғалыстағы бір нүктесін қараумен қоса, осы нүктені бекітілу нүктесі деп, соның айналасындағы қозғалысты білу қажет болады. Бұл жерде инерция тензоры деп аталатын ұғымның маңызы зор.

Денені О нүктесіне бекітейік. О нүктесіне салыстырғанда m_i нүктенің радиус - векторын $\vec{r}_i$ – деп белгілейік (8 Сурет). Дененің лездік бұрыштық жылдамдығы $\vec{w}$, ендеше дененің i нүктесінің жылдамдығы $\vec{V}_i = \vec{w} \times \vec{r}_i$. Осы берілгендерді қолдана отырып, жалпы алғанда бекітілу нүктесінен өтетін лездік айналу өсіне қатысты қозғалысты келесі өрнекпен сипаттауға болады:

$$\vec{L} = \vec{\omega} \sum m_i r_i^2 - \sum m_i \vec{r}_i \left(\vec{\omega} \cdot \vec{r}_i\right), \tag{106}$$

мұндағы $\vec{L}$ - бекітілу нүктесіне қарасты бүкіл дененің импульс моменті.



8 Сурет.

(106) векторлық өрнекті координат өстеріне үш проекция түрінде былай жазуға болады:

$$L_x = I_{xx}\omega_x + I_{xy}\omega_y + I_{xz}\omega_z\,,$$
$$L_y = I_{yx}\omega_x + I_{yy}\omega_y + I_{yz}\omega_z\,, \qquad (107)$$
$$L_z = I_{xx}\omega_x + I_{zy}\omega_y + I_{zz}\omega_z\,,$$

бұл жерде $I_{xx} = \sum m_i(\vec{r}_i^{\,2} - x_i^2)$, $I_{xy} = -\sum m_i x_i y_i$, $I_{xz} = -\sum m_i x_i z_i$ және басқа шамалар да осы жолмен өрнектеледі: I_{yy}, I_{yx}, I_{yz} т.б.

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} шамалары өстік инерция моменттері, ал $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$ және $I_{yz} = I_{zy}$ - центрден тепкіш инерция моменттері деп аталады.

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \qquad (108)$$

шамалардың жиынтығы инерция тензоры деп аталады. I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} тензордың диагональ элементтері, ал қалғандары диагональ емес элементтері деп аталынады.

Тензордың диагональ емес элементтері нөлге тең деп есептесек, онда ол мына түрге келеді:

$$\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}. \qquad (109)$$

Бұл жағдайда координат өстерімен дәл келетін дененің өстері инерцияның бас өстері, ал $I_x = I_{xx}$, $I_y = I_{yy}$, $I_z = I_{zz}$ шамалары бас инерция моменттері деп аталады.

Егер бас өстер дененің массалық центрінен өтетін болса, олар орталық бас өстер деп аталынады.

Көп жағдайда өске қатысты дененің инерция моментінің маңызы жоғары. Ол z өсіне қатысты былай өрнектеледі (8 сурет)

$$I_{zz} = \sum m_i(\vec{r}_i^{\,2} - z_i^2) = \sum m_i R_i^2 , \qquad (110)$$

бұл жерде R_i - өстен нүктеге дейінгі ең жақын арақашықтық.

Қозғалмайтын өске қарасты қатты дененің айналмалы қозғалысы динамикасының теңдеуі. Радиусі R_i шеңбер бойымен (8 сурет) массасы m_i материялық нүктенің айналуы кезіндегі оның айналу өсіне проекцияланған импульсының моменті $L_i=m_i v_i R_i$ -ге тең. Сызықтық жылдамдық $v_i=w R_i$, сондықтан $L_i=m_i R_i^2 w$, мұнда w – бұрыштық жылдамдық. Егер, z өсін айнала материялық нүктелер жүйесі айналып тұратын болса, онда $L = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 w$. Бұдан шығатыны

$$L = Iw \qquad (111)$$

мұнда $I = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2$, ал w тұрақты шама ретінде қосындының таңбасының алдына шығарылған.

Материялық нүктелер массаларының олардың айналу өсіне дейінгі қашықтықтарының квадратына көбейтіндісінің қосындысына тең I шамасы осы өске қарасты жүйе **инерциясының моменті** деп аталады. Егер масса үздіксіз таралған болса, онда қосынды таңбасы интеграл таңбасымен алмастырылады, ал инерция моменті мынадай түрде жазылады:

$$I = \int R^2 dm . \qquad (112)$$

Дененің инерция моменті – ілгерілемелі қозғалыс кезіндегі массаға теңдес физикалық шама; ол дененің формасына, мөлшеріне, массасына және оның дене ішінде таралуына, сонымен қоса айналу өсін таңдауға тәуелді, ол айналмалы қозғалыс кезіндегі дененің инерттілігін сипаттайды.

Айналмалы қозғалыстың динамикасының негізгі заңын (111)-ді ескере отырып айналу өсіне проекциясында былай жазуға болады:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(Iw) = M , \qquad (113)$$

мұнда M – сыртқы күштердің қосынды моментінің айналу өсіне проекциясы.

Қозғалмайтын өсті айнала қатты дененің айналуының жекелеген жағдайында (113) теңдеу мына түрге өзгереді:

$$I\frac{dw}{dt} = M \qquad (114)$$

немесе

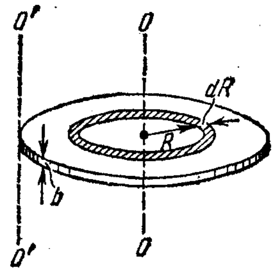
$$I \cdot \beta = M , \qquad (115)$$

мұнда β – бұрыштық үдеу.

(115)теңдеу қозғалмайтын өске қарасты қатты дененің айналмалы қозғалылыс динамикасының негізгі теңдеуі деп аталады.

Әрбір денеде, дененің қозғалыста не тыныштықта болғанына қарамастан массасы болатындығы сияқты, ол дененің айналуда ма, немесе тыныштықта тұрғанына қарамастан, кез келген өске қарасты белгілі бір инерция моменті болады.

Мысал ретінде, диск жазықтығына перпендикуляр және оның центрі арқылы өтетін өске қарасты, яғни ОО өсіне қарасты, біртекті дискінің инерция моментін табайық (9 сурет).



9 Сурет.

Бұл үшін (112) формуласын қолданамыз да мынаны табамыз:

$$I = \int R^2 dm = \int \rho R^2 dV ,$$

мұнда ρ – дискінің тығыздығы, ал dV – сақиналық қабаттың көлемі.

$$dV = b 2\pi R d R ,$$

мұнда b – дискінің қалыңдығы.

Бұл формулардан, дискінің m массасын енгізе отырып біржолата мынаны аламыз:

$$I = \frac{mR_o^{\ 2}}{2} ,$$

мұнда R_o – дискінің радиусі.

Қарастырылған мысалдағы инерция моментін табу дене біртекті және симметриялы болғандықтан, ал біз инерция моментін симметрия өсіне қарасты іздегендіктен тым қарапайымдау болды. Егер де біз дискінің инерция моментін, мысалы, дискіге перпендикуляр және оның шетімен өтетін О'О' өсіне қарасты іздеген болсақ, бәлкім, есептеулер әлдеқайда күрделірек болып шығар ма еді. Мұндай жағдайларда инерция моментін табу, егер де **Гюйгенс – Штейнер теоремасын** пайдаланса, анағұрлым жеңілденер еді: еркін өске қарасты I инерция моменті берілген өске параллель және дене массасының центрінен өтетін өске қарасты I_c инерция моментін дененің m массасы мен өстер аралық a қашықтығы квадратының көбейтіндісіне қосқандағы шамаға тең:

$$I = I_c + ma^2$$

Айналыстағы қатты дененің кинетикалық энергиясы.

Кез келген О нүктеге бекітілген қатты дененің қозғалысын қарастырайық. Осы О нүктемен өстері еркін бағытталған декарттық координаталар жүйесін байланыстырамыз. Сөйтіп денені құраушы і-ші нүктенің кинетикалық энергиясын

$$E_{ki} = \frac{m_i \upsilon_i^2}{2} = \frac{m_i \left(\vec{\omega} \times \vec{r}_i\right)^2}{2} = \frac{m_i}{2} \omega^2 r_i^2 \sin^2 \alpha \qquad (116)$$

формула көмегімен есептейміз. Ары қарай (116)-ді түрлендіріп, оны былай жазуға болады:

$$E_{ki} = \frac{1}{2} m_i \left[\vec{\omega}^2 \vec{r}_i^{\,2} - (\vec{\omega} \cdot \vec{r}_i)^2 \right].$$

Алынған нәтижені барлық элементар массалар бойынша өзара қосып, дененің кинетикалық энергиясын табамыз:

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i \left[\vec{\omega}^2 \vec{r}_i^{\,2} - (\vec{\omega} \cdot \vec{r}_i)^2 \right]. \tag{117}$$

Енді көбейтінділерді координаталық өстерге проекциялар арқылы жазсақ, әрі қарай түрлендірсек, онда түпкілікті нәтижеге келеміз:

$$E_k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I_{xx}\omega_x^{\ 2} + I_{xy}\omega_x\omega_y + I_{xz}\omega_x\omega_y + I_{yx}\omega_y\omega_x + I_{yy}\omega_y^2 + \\ + I_{yz}\omega_y\omega_z + I_{zx}\omega_z\omega_x + I_{zy}\omega_z\omega_y + I_{zz}\omega_z^2 \end{bmatrix} \tag{118}$$

Алынған формуланың күрделілігі декарттық координаталар жүйесін еш таңдаусыз қабылдауға байланысты болып отыр. Егер координаталар жүйесінің өстерін дененің инерциясының бас өстерімен бірдей қылып алса, центрден тепкіш инерция моменттері нөлге тең болып, (118) теңдеу едәуір ықшамдалады:

$$E_k = \frac{1}{2} \left[I_x \omega_x^{\ 2} + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2 \right] \tag{119}$$

Егер дененің бекітілген нүктесін және сонымен қоса координаталардың бастапқы нүктесін дененің массалық центріне ауыстырса, ал координаталар өстерін инерцияның центрлік бас өстерімен біріктірсе, дене инерцияның бас өстерінің біреуін, мысалы z өсін, айнала қозғалады. Онда (119) тіпті қарапайым түрге келеді:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 . \tag{120}$$

9 Лекция

Бір нүктесі бекітілген қатты дененің қозғалысы

9.1Гироскоп. Эйлер теңдеулері

9.2Нутация.

Өз симметрия өсін тез айналуға келтірілген аксиал симметриялы денені *гироскоп* деп атайды. Тікелей аударғанда гироскоп *айналуды табатын аспап* деген мағына білдіреді. Жалпы мағынада гироскоп дегеніміз – айналу өсі кеңістікте бағытын өзгерте алатын шапшаң айналған қатты дене. Гироскопқа мысал ретінде зырылдауықты, центрі арқылы өткен, бетіне перпендикуляр өсте өте тез айналған дискіні келтіруге болады. Гироскоптың тез айналуымен байланысты барлық құбылыстар *гироскоптық* деп аталады.

Гироскоп айналауының негізгі заңдарын аныктау үшін оны массалар центрінде бекіткен ыңғайлы (ары қарай гироскоп ретінде тез айналатын дискіні қарастырамыз). Қажетті бекіту гироскоп осіне үш өзара перпендикуляр бағытта бағдарын еркін өзгертуге мүмкіндік беретін Кардан аспасы көмегімен жүргізіледі. Егер барлық үш өстегі подшипниктердегі үйкелесті және сақиналардың импульс моментін ескермеу шарты орындалса, мұндай гироскоп *еркін* деп аталады. Қатты дене бекітілген нүктенің төңірегінде қозғалғанда бұрыштық жылдамдық векторы жалпы жағдайда кеңістіктегі бағытын және денеге салыстырмалы бағдарын өзгертеді, яғни айналу лездік өсі өзінің бағдарын өзгертеді. Координаталық жүйенің бастама нүктесін дене бекітілген нүктеде – инерция центрінде орналастырайық. Координаталық өстерді инерцияның бас өстерінің бойымен бағыттаймыз. Бұл жағдайда инерция тензоры өзінің үш I_1, I_2, I_3 бас компоненталарымен өрнектеледі, ал импульс моменті тіпті қарапайым түрге келеді: $L_1 = I_1\omega_1$; $L_2 = I_2\omega_2$; $L_3 = I_3\omega_3$. Мұндағы $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ - бұрыштық жылдамдық векторының денемен бірге қозғалған координаталар өстеріне проекциялары.

Гироскоптың $\vec{L}$ импульс моментін қозғалатын санақ жүйесіндегі компоненталары арқылы өрнектейміз:

$$\vec{L} = \vec{i}_x L_x + \vec{i}_y L_y + \vec{i}_z L_z ,$$

немесе

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{i}_x \frac{dL_x}{dt} + \vec{i}_y \frac{dL_y}{dt} + \vec{i}_z \frac{dL_z}{dt} + \frac{d\vec{i}_x}{dt} L_x + \frac{d\vec{i}_y}{dt} L_y + \frac{d\vec{i}_z}{dt} L_z \qquad (121)$$

Осы теңдеудегі соңғы үш мүшені былай жазуға болады:

$$\frac{d\vec{i}_x}{dt} L_x + \frac{d\vec{i}_y}{dt} L_y + \frac{d\vec{i}_z}{dt} L_z = (\vec{\omega} \times \vec{L}) .$$

Ал, (121)-дің оң жағындағы бірінші үш мүше - $\frac{\partial \vec{L}}{\partial t}$-ге тең. Сонымен, (121) теңдеу

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{\partial \vec{L}}{\partial t} + (\vec{\omega} \times \vec{L}) \qquad (122)$$

түрге келеді, немесе

$$\vec{M} = \frac{\partial \vec{L}}{\partial t} + (\vec{\omega} \times \vec{L}) \qquad (123)$$

теңдеуін аламыз.

(123) теңдеудің қозғалатын координаталар жүйесіндегі проекциялары мына түрде болады:

$$M_x = I_x \frac{d\omega_x}{dt} + (I_z - I_y)\omega_y\omega_z;$$
$$M_y = I_y \frac{d\omega_y}{dt} + (I_x - I_z)\omega_z\omega_x; \qquad (124)$$
$$M_z = I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y.$$

Алынған теңдеулерді *Эйлер теңдеулері* деп атайды. Жалпы жағдайда олар бір нүктесі бекітілген қатты дененің қозғалысын анықтайды.

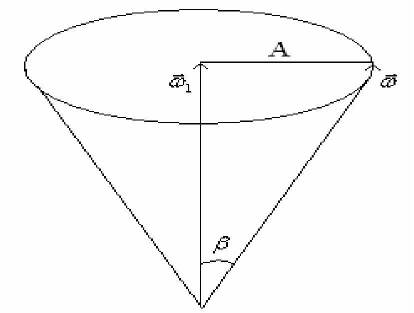
(124) қатынастарды еркін гироскоп үшін жазып шығайық. Гироскоптың симметрия өсі бойында x өсі орналасып, ал y және z өстері қалған екі центрлік бас өстер бойымен бағытталсын. Гироскоптың симметриясынан $I_x = I_1; I_y = I_z = I_2$ екені айқын. Онда еркін гироскоп (M=0) үшін (124) теңдеулер

$$I_1 \frac{d\omega_x}{dt} = 0;$$
$$I_2 \frac{d\omega_y}{dt} + (I_1 - I_2)\omega_z\omega_x = 0; \qquad (125)$$
$$I_2 \frac{d\omega_z}{dt} + (I_2 - I_1)\omega_x\omega_y = 0$$

түрге келеді. Бірінші теңдеуден $\omega_x = \omega_1 = const$ екенің көреміз, яғни $\vec{\omega}$-ның гироскоптық симметрия осіне проекциясы уақыт бойынша тұрақты болады. Енді (125) жүйенің екінші және үшінші теңдеулерін түрлендірейік:

$$\frac{d\omega_y}{dt} + \omega_0\omega_x = 0;$$
$$\frac{d\omega_z}{dt} - \omega_y\omega_0 = 0, \qquad (126)$$

мұнда $\omega_0 = \omega_1 \frac{I_1 - I_2}{I_1}$ - тұрақты шама. Бұл теңдеулердің шешімдері ретінде



10 Сурет.

$$\omega_y = A\cos\omega_0 t\ ;$$
$$\omega_z = A\sin\omega_0 t \qquad (127)$$

функцияларын алуға болады.
(127) шешімдерді талдай отырып, $\vec{\omega}$ вектор шамасын тұрақты сақтап, гироскоптың симметрия осін айнала жылдамдықпен конус сызатыны туралы қорытындыға келеміз (10 сурет). Шешімдер құрамындағы А шама ($A = \sqrt{\omega_y^2 + \omega_z^2}$) бастапқы шарттарға тәуелді. Конустық бұрыш A/ω_1 қатынасымен анықталады, ω_0/ω_1 шама инерцияның бас моментерінің қатынасына, яғни гироскоп массасының үлестірілуіне тәуелді. Қорыта келе еркін гироскоптың қозғалысын былай суреттеге болады: $\vec{\omega}$ лездік жылдамдық және симметрия өсі жатқан жазықтық $\vec{L}$ векторын $\vec{\omega}_0$ бұрыштық жылдамдықпен айналады және айналу барасында $\vec{\omega}$ векторы мен симметрия өсінің өзара салыстырмалы орындары өзгермейді. Симметрия өсінің кеңістікте қозғалмайтын $\vec{L}$ импульс моменті векторын айнала қозғалуын *нутация* дейді, ал $\vec{\omega}_0$ - нутация жылдамдығы. Нутация амплитудасы бастапқы шарттарға тәуелді. Егер гироскоптың бұрыштық жылдамдық векторы симметрия өсінде жатса, ол нутациясыз айналады.

10 Лекция

Инерциялық емес санақ жүйелері

10.1. Инерциялық күштер

10.2. Түзусызықты ілгерілемелі қозғалыстағы инерциялық емес санақ жүйелері.

10.3. Инерциялық емес айналыстағы санақ жүйелері.

Инерциялық емес санақ жүйесі деп, инерциялық санақ жүйесіне салыстырғанда үдемелі қозғалатын жүйені айтады.

Біз қозғалысты релятивистік емес механика шеңберінде ғана қарастырамыз, бұл жерде Галилей түрлендірулері және басқа да кеңістіктік – уақыттық қатынастар инерциялық санақ жүйелеріндегідей орындалады деп есептелінеді.

Инерция күші. Инерциялық санақ жүйелерінде күш материялық денелердің әсерлесуінің нәтижесі деп есептейміз, денеге үдеу беретін осы күш. Инерциялық емес санақ жүйелерінде денені санақ жүйесінің қозғалыс күйін қарапайым өзгерте отырып үдетуге болады. Осыған байланысты бұл жерде Ньютонның бірінші заңы орындалмайды деп есептейміз. Ньютонның үшінші заңы да орындалмайды.

Механикада тарихи мынадай жағдай қалыптасқан: инерциялық емес санақ жүйесінде дененің үдеуін «кәдімгі» әсерлесу күшінен басқа, инерция күші деп аталатын күш те туғыза алады деп есептелінеді. Ньютонның екінші заңы бұл жағдайда өзгеріссіз алынады, бірақ әсерлесу күшімен бірге инерция күшін де ескеруіміз керек. Осыған байланысты инерциялық емес санақ жүйелерінде Ньютонның екінші заңы былай беріледі.

$$m\vec{a'} = \vec{F} + \vec{F_{ин}}\ , \qquad (128)$$

бұл жерде $\vec{a'}$ – инерциялық емес санақ жүйесіндегі үдеу, $\vec{F}$ – «кәдімгі» күш, $\vec{F}_{ин}$ – инерция күші.

Қандай да бір дененің инерциялық емес және инерциялық санақ жүйелеріндегі қозғалыс теңдеулерін жазайық:

$$m\vec{a'} = \vec{F} + \vec{F_{ин}} \qquad (129)$$

$$m\vec{a} = \vec{F} \qquad (130)$$

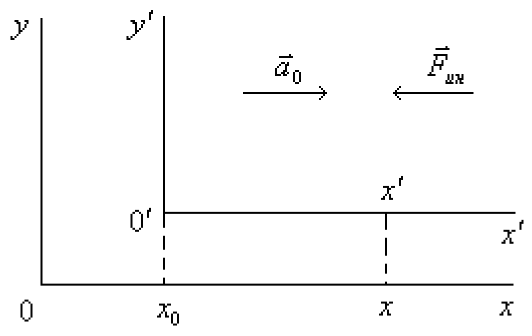
мұндағы «кәдімгі» әсерлесу күші $\vec{F}$ екі санақ жүйелерінде де бірдей; $\vec{a'}$ және $\vec{a}$ –сәйкесінше инерциялық емес және инерциялық санақ жүйелеріндегі үдеулер.

(129) және (130) теңдеулерден инерция күшін табуға болады:

$$\vec{F}_{ин} = m\left(\vec{a}' - \vec{a}\right). \qquad (131)$$

Инерциялық санақ жүйесіне салыстырғандағы $\vec{a}$ үдеу абсолюттік үдеу деп, ал инерциялық емес санақ жүйесіне салыстырғандағы $\vec{a}'$ үдеу салыстырмалы үдеу деп аталады.

Түзусызықты ілгерілемелі қозғалыстағы инерциялық емес санақ жүйелері. Инерциялық емес санақ жүйесі, инерциялық санақ жүйесінің x өсі бойымен түзусызықты қозғалсын делік (11 сурет).



11 Сурет.

Қандай да бір нүктенің координаталарының арасындағы байланыс мынадай формулалармен беріледі

$$x = x_0 + x', \quad y = y'; \; z = z'; \; t = t'. \qquad (132)$$

Бірнеше түрлендірулерден кейін келесі формулаларды аламыз.

$$\upsilon = \upsilon_0 + \upsilon' \qquad (133)$$

және

$$a = a_o + a', \qquad (134)$$

мұндағы υ мен a сәйкесінше абсолюттік жылдамдық және үдеу, υ_0 мен a_0 тасымал жылдамдық және үдеу, ал υ' мен a' салыстырмалы жылдамдық және үдеу.

(134) өрнекті қолдана отырып (131) формуланың көмегімен түзусызықты қозғалыстағы инерциялық емес санақ жүйесіндегі инерция күші өрнегін былай жазуға болады

$$F_{ин} = m\left(a' - a\right) = -ma_o, \qquad (135)$$

немесе векторлық түрде

$$\overrightarrow{F_{ин}} = -m\overrightarrow{a_o}, \qquad (136)$$

былайша айтқанда инерция күші инерциялық емес жүйенің тасымал үдеуіне кері бағытталған.

Инерциялық емес айналыстағы санақ жүйелері. Түзу сызықтың бойымен қозғалатын инерциялық емес координат жүйелеріндегі абсолюттік, тасымал және салыстырмалы жылдамдықтар мен сәйкесінше үдеулердің арасындағы қатынастардың ұқсас екенін біз көргенбіз (133) және (134) формулалар). Айналыстағы жүйелерге қатысты мәселе күрделірек. Басқы айырмашылық, айналыстағы координат жүйесінің әртүрлі нүктелерінің тасымал жылдамдықтарының әртүрлі болуында. Абсолюттік жылдамдық бұрынғысынша тасымал және салыстырмалы жылдамдықтардың қосындысы болып табылады:

$$\vec{V} = \vec{V_o} + \vec{V'}, \tag{137}$$

ал абсолюттік үдеу мұндай қарапайым түрде берілмейді.

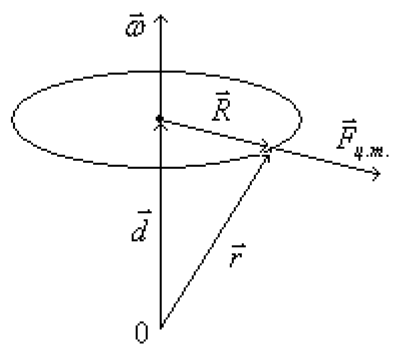
Айналыстағы координат жүйесінің бір нүктесінен екінші нүктесіне орын ауыстырғанда нүктенің тасымал жылдамдығы өзгереді. Сондықтан, егерде тіпті нүктенің қозғалыс кезіндегі салыстырмалы жылдамдығы өзгермегенмен де, ол тасымалдан өзгеше үдеуді қабылдайды. Осыған байланысты, айналыстағы кооридинат жүйесі үшін абсолюттік үдеу үшін өрнекке тасымал және салыстырмалы үдеулердің қосындысынан өзге, $a_к$ кориолис үдеуі деп аталатын тағы бір үдеу кіреді:

$$\vec{a} = \vec{a_o} + \vec{a'} + \vec{a_K}, \tag{138}$$

мұндағы $\vec{a_o} = \vec{w} \times \vec{v_o} = \vec{w} \times \left(\vec{w} \times \vec{r}\right)$– тасымал үдеу, $\vec{a'} = \frac{dv'_x}{dt}\vec{i'_x} + \frac{dv'_y}{dt}\vec{i'_y} + \frac{dv'_z}{dt}\vec{i'_z}$ – салыстырмалы үдеу, $a_K = 2\vec{w} \times \vec{V'}$ – кориолис үдеуі. Тасымал үдеуді басқаша түрде көрсетуге болады

$$\vec{a_o} = \vec{w} \times \left(\vec{w} \times \vec{r}\right) = -w^2 \vec{R},, \tag{139}$$

мұндағы $\vec{R}$ – айналу өсіне перпендикуляр вектор (12 сурет). Сонымен, тасымал үдеу ценртгетарқыш болып табылады.



12 Сурет

(131) жалпы формула бойынша (138) өрнектің көмегімен айналыстағы координат жүйесіндегі инерция күшін табуға болады

$$\overrightarrow{F_{ин}} = m\left(\vec{a}' - \vec{a}\right) = m\left(-\overrightarrow{a_o} - \overrightarrow{a_K}\right) = mw^2\vec{R} - 2m\vec{w}\times\vec{v}' = \vec{F}_{ц.т.} + \overrightarrow{F_K}\,. \qquad (140)$$

Тасымал үдеумен байланысты $\vec{F}_{ц.т.} = mw^2\vec{R}$ инерция күші ценртден тепкіш инерция күші деп аталады. Ол айналу өсінен әрі радиус бойымен бағытталған (12 сурет). Кориолис үдеуімен байланысты $\overrightarrow{F_K} = -2m\vec{w}\times\vec{V}'$ инерция күші Кориолис күші деп аталады. Ол бұрыштық және салыстырмалы жылдамдықтардың векторлары жататын жазықтыққа перпендикуляр.

11 Лекция
Тартылыс өрісіндегі қозғалыс

11.1 Гравитациялық өрістегі материялық нүктенің қозғалысы. Кеплер заңдары

11.2 Космостық жылдамдықтар

Гравитациялық өрістегі материялық нүктенің қозғалысы. Кеплер заңдары.

1. Центрлік өрістегі материялық нүктенің қозғалысы туралы мәселе
2. Әлемнің гелиоцентрлік жүйесі. Кеплердің бірінші заңы
3. Кеплердің екінші заңы
4. Кеплердің үшінші заңы.

Материялық нүктенің центрлік өрістегі қозғалысы туралы мәселе үлкен қызығушылық тудырады, оның бір мысалы планеталардың Күнді айнала қозғалуы. Планеталар центрлік болып табылатын гравитациялық күш әсерінен қозғалады (өріс центрлік күштің өрісі, немесе центрлік өріс деп аталады, егер де ол жағынан материялық нүктеге әсер ететін күш центрлік болып табылса, былайша айтқанда материялық нүктенің және қандайда бір қозғалмайтын нүктенің (күш центрі) арасындағы арақашықтан ғана тәуелді және кез келген нүктеде не күш ценрінен, не күш центріне қарай бағытталған).

Күнді айнала планеталардың қозғалысына қатысты центрлік күш өрісіндегі материялық нүктенің қозғалыс заңдары XVII ғ. басында И.Кеплермен тағайындалған. Кеплер Н.Коперниктің Күн жүйесінің Гелиоцентрлік моделін қолданды.

Кеплердің бірінші заңы: Әрбір планета бір фокусінде Күн жататын эллипс формалы орбита бойынша қозғалады. Бұл заң механикалық энергияның сақталу заңының салдары болып табылады.

Кеплердің екінші заңы: Планетаның радиус-векторы оның қозғалысы кезінде бірдей уақыт аралықтарында бірдей аудандарды сызады. Бұл заң центрлік өрістегі материялық нүктенің импульс моментінің сақталу заңының салдары болып табылады.

Кеплердің екінші заңының математикалық тұжырымдамасы:

$$\Delta S = \frac{L}{2m}\Delta t\,, \tag{141}$$

мұндағы ΔS тең уақыт аралығына сәйкес келетін сектордың ауданы, L - нүктенің (планетаның) импульс моментінің модулі, ал m - массасы.

Кеплердің үшінші заңы, оның екінші заңы сияқты, тек центрлік тартылыс күштері өрісіндегі қозғалысқа ғана қолданылады, мысалы гравитациялық өрістегі планеталардың қозғалысы үшін. Ол былай тұжырымдалады: Планеталардың Күнді айналу периодтарының квадраттарының қатынасы, олардың орбиталарының үлкен жарты өстерінің кубтарының қатынастарына тең.

Кеплердің үшінші заңының математикалық өрнегі:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}. \qquad (142)$$

Космостық жылдамдықтар:

1. Бірінші космостық (шеңберлік) жылдамдық
2. Екінші космостық (параболалық) жылдамдық
3. Үшінші космостық жылдамдық.

Космос кеңістігіне ұшырылған ұшатын аппарат оның алдына қойылған міндетті орындау үшін, оған бастапқы кезде белгілі бір жылдамдықты беру керек. Осы жылдамдықтарды космостық жылдамдықтар деп атайды.

Бірінші космостық жылдамдық, немесе шеңберлік жылдамдық деп, дене жердің жасанды серігіне айналу үшін оған керекті υ, минимальді жылдамдықты айтады. Осы жылдамдықпен дене Жерді айнала шеңберлік орбитамен қозғалады. Қозғалыс кезінде ауа кедергісі еске алынбайды.

Бірінші космостық жылдамдықтың мәнін анықтау үшін дәл формула былай беріледі:

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \qquad (143)$$

мұнда G - гравитациялық тұрақты, M - Жердің массасы, r - шеңберлік орбитаның радиусы.

Егер жер серігі Жер бетіне жақын қозғалатын болса, онда бірінші космостық жылдамдық мына түрге келеді:

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR_{ж}}, \qquad (144)$$

мұнда g - еркін түсу үдеуі, $R_{ж}$ - Жер радиусы.

$g = 9{,}81$ *м/с²*, ал $R_{ж} = 6370$ км деп есептесек, онда $\upsilon_i = 7{,}9$ км/с.

Екінші космостық жылдамдық – дене жердің тартылыс күшін жеңіп, Күннің жасанды серігі болуы үшін керекті жылдамдық. Оны кейде параболалық жылдамдық деп атайды. Олай аталу себебі, ол дененің Жердің гравитациялық өрісінде парабола траекториясымен қозғалысына сәйкес келеді.

Екінші космостық жылдамдықтың мәні механикалық энергияның сақталу заңынан шығарылады, ол былай беріледі

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r}}, \qquad (145)$$

мұндағы r - Жердің центрінен ұшырылатын денеге дейінгі арақашықтық.

Егер дене Жердің бетінен ұшырылатын болса, онда

$$\upsilon_2 = \sqrt{2gR_{ж}} = 11{,}2 \text{ км/с}. \qquad (146)$$

Үшінші космостық жылдамдық деп – дене Жердің ғана емес, сонымен қатар Күннің де тартылыс күшін жеңіп, Күн жүйесін тастап шығуы үшін керекті жылдамдықты айтады.

Үшінші космостық жылдамдық $\upsilon_3 = 16{,}7$ км/с минимальді мәніне үшінші космостық жылдамдықтың векторы $\vec{\upsilon}_3$ Жердің орбитальді жылдамдық векторымен бағыттас болғанда жетеміз. Екі вектордың бір-бірімен бағытына байланысты υ_3 -тің мәндері әртүрлі.

3 Модуль үшін студенттердің өздік жұмысы (СӨЖ)

1. Физикалық маятник. Максвелл маятнигі.
2. Шар формалы дененің гравитациялық энергиясы. Гравитациялық радиус.

4 МОДУЛЬ

СҰЙЫҚТАР МЕН ГАЗДАР МЕХАНИКАСЫ

12 Лекция

Идеал сұйықтың механикасы

12.1 Ағын сызығы. Ағын түтігі.
12.2 Идеал сұйық. Үзіліссіздік теңдеуі. Бернулли теңдеуі

Материялы нүкте механикасы мен қатты дене механикасынан басқа тұтас орталар механикасы да бар. Бұл ғылым затты үздіксіз орта ретінде қарастыратын гидродинамика, газ динамикасы, серпімділік теориясы және басқа да бірқатар пәндерді қамтиды. Гидродинамика, аясында сығылмайтын сұйықтар қозғалысы және сығылмайтын сұйықтар мен қатты денелердің әсерлесуі зерттелетін, тұтас орта механикасының бір бөлімін құрайды.

Эйлер әдісімен сұйықтың қозғалысын сипаттау тәсілі: сұйық бөлшіктерін емес, ал кеңістіктің жекелеген нүктелерін бағып қарауға және әрбір мәлім нүкте арқылы өтетін сұйықтың жекелеген бөлшектерінің жылдамдығын анықтап отыруға болады.

Сұйықтың қозғалысы жағдайын кеңістіктің әрбір нүктесі үшін жылдамдық векторын уақыт функциясы ретінде көрсету арқылы анықтауға болады.

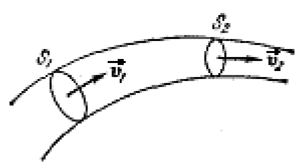
Жылдамдық векторының өрісі. Ағын сызығы. Стационарлық ағыс. Ағын түтігі.

Үзіліссіздік теңдеуі. Егер де сұйық сығылмайтын болған болса (яғни оның тығыздығы барлық жерде бірдей және өзгере алмайтын болса), онда S_1 және S_2 (13 сурет) қималарының арасындағы сұйық мөлшері өзгеріссіз қала береді. Бұдан шығатыны, бір уақыт бірлігі ішінде S_1 және S_2 қималары арқылы өтетін сұйықтың көлемдері бірдей болулары керек:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \, . \qquad (147)$$

Жоғарыда келтірілген пайымдауды S_1 және S_2 қималарының кез келген жұбына қолдануға болады. Демек, сығылмайтын сұйық үшін Sv шамасы тура сол ағын түтігінің кез келген қимасында бірдей болуы керек:

$$Sv = const \, . \qquad (148)$$



13 Сурет.

Алынған нәтиже **ағынның үзіліссіздігі** туралы теореманың мазмұнын білдіреді, ал (148) теңдеу үзіліссіздік теңдеуі деп аталады.

Массаның сақталу заңы.

Сұйықтың қозғалысын қарастыра отырып көп жағдайда, сұйықтың кей бөлшектерінің басқаларға қатысты орын ауыстыруы үйкеліс күшінің тууымен байланыссыз деп есептеуге болады. Ішкі үйкелісі (тұтқырлығы) толығымен жоқ болып келетін сұйық – **идеалды** деп аталады.

Бернулли теңдеуі. Кез келген ағын түтігінің бойымен стационарлы ағыстағы сығылмайтын идеал сұйық үшін мына шарт орындылады:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const, \tag{149}$$

мұнда $\frac{\rho v^2}{2}$ – динамикалық қысым; ρgh – нивелирлік қысым; p – статикалық қысым.

Бұл формула **Бернулли теңдеуі** деп аталады.

13 Лекция
Тұтқыр сұйықтар механикасы

13.1 Ішкі үйкеліс күштері. Сұйықтардың ламинарлық және турбуленттік ағыны
13.2 Стокс формуласы. Пуазейль формуласы.

Идеалды сұйық, яғни үйкеліссіз сұйық, абстракция боп табылады. Барлық нақты сұйықтар мен газдарға көп не аз дәрежеде тұтқырлық немесе ішкі үйкеліс тән.

Әр түрлі жылдамдықпен бір-біріне параллелді қозғалушы сұйықтың екі көршілес қабаттарының арасындағы үйкеліс күші **Ньютонның тұтқыр үйкеліс заңы** бойынша анықталады:

$$F_{mp} = \eta \left|\frac{du}{dy}\right| s, \tag{150}$$

мұнда S – сұйық қабатының ауданы, $\frac{du}{dy}$ – сұйық қабаттары арасындағы жылдамдық градиенті, η – сұйықтың динамикалық тұтқырлығы деп аталады.

Сұйықтың (немесе газдың) ағысының екі түрін бақылауға болады. Біреуінде, сұйық, бір біріне қарасты, араласпастан сырғитын қабаттарға бөлінетін сияқты. Мұндай ағыс **ламинарлы** (қабатты) деп аталады.

Жылдамдық немесе ағынның көлденең мөлшері артқанда ағын сипаты елеулі түрде өзгереді. Сұйықтың лезде араласып кетуі туындайды. Мұндай ағыс **турбулентті** деп аталады.

Ағылшын оқымыстысы Рейнольдс ағыс сипатының мөлшерсіз шаманың мәніне тәуелді екендігін анықтаған:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v l}{\eta}, \tag{151}$$

мұнда ρ – сұйықтың (немесе газдың) тығыздығы, v – ағынның орташа жылдамдығы, η – сұйықтың тұтқырлық коэффициенті, l – сипаттық мөлшер.

Бұл шама **Рейнольдс саны** деп аталады. Рейнольдс санының аз мәндері тұсында ламинарлық ағын байқалады. *Re*-ң қайсібір белгілі мәнінен бастап, ол кризистік деп аталады, ағын турбуленттік сипатқа көшеді.

Стокс формуласы. Аздау *Re* кезінде, яғни қозғалыстың бояу жылдамдығы тұсында (және аздау l), ортаның қарсылығы іс жүзінде тек үйкеліс күштерінің негізінде ғана болады. Стокс бұл жағдайда қарсылық күші η динамикалық тұтқырлық коэффициентіне, дене қозғалысының v жылдамдығына және денеге тән l мөлшерге пропорционалды екенін анықтады: $F \sim \eta l v$. Мысалы, шар үшін, егер l орнына шардың r радиусын алар болсақ, пропорционалдық коэффициент 6π тең болып шығады. Ендеше:

$$F = 6\pi\eta r v \tag{152}$$

Бұл формула **Стокс формуласы** деп аталады.

Пуазейль формуласы. Сұйықтың дөңгелек құбыр ішіндегі қозғалысы кезінде жылдамдық құбыр қабырғасында нөлге тең және құбырдың өсінде максималды болады. Ағынды ламинарлы десек, құбыр өсінен r қашықтағы жылдамдық өзгерісі заңын табуға болады:

$$v(r) = v_o\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \tag{153}$$

мұнда v_o – құбыр өсіндегі жылдамдықтың мәні, ал R – құбыр радиусы.

Көріп отырғанымыздай, ламинарлық ағыс кезінде жылдамдық құбыр өсінен қашықтығына қарай параболалық заңға сай өзгереді.

Ағысты ламинарлы деп шамалай отырып Q сұйықтың ағынын, яғни бірлік уақыттың ішінде құбырдың көлденең қимасы арқылы өтетін сұйықтың көлемін (секунттық шығын) есептеп шығаруға болады. Ағынға арналған формуланы аламыз:

$$Q = \frac{(p_1 - p_2)\pi R^4}{8\eta l}, \tag{154}$$

мұнда $\frac{p_1 - p_2}{l}$ – құбырдың бірлік ұзындығындағы қысымның түсуі. Бұл формула **Пуазейль формуласы** деп аталады. Осы формула бойынша, сұйық ағыны құбырдың бірлік ұзындығындағы қысымнын түсуіне пропорционалды, құбыр радиусының төртінші дәрежесіне пропорционалды және сұйықтың тұтқырлық коэффициентіне кері пропорционалды.

Бұл формула сұйықтың тұтқырлығын анықтау үшін пайдаланылады. Сұйықты радиусы белгілі капилляр арқылы өткізе отырып және қысымның түсуі мен Q ағының өлшей отырып η-ді табуға болады.

Маңдайлық кедергі. Көтеру күші. Магнус эффектісі.

4 Модуль үшін студенттердің өздік жұмысы (СӨЖ)

1. Сұйықтар мен газдардың қасиеттері. Гидроаэростатика заңдары.
2. Дененің тұтқыр сұйық ішіндегі қозғалысы. Стокстың кедергі күші. Тұрақталған қозғалыс.

5 МОДУЛЬ

ТЕРБЕЛІСТЕР МЕН ТОЛҚЫНДАР

14 Лекция

Тербелістер

14.1 Тербелістердің жалпы сипаттамалары.
14.2 Гармониялық тербелістер. Гармониялық осциллятор. Тербелістердің қосылуы. Соғу.
14.3 Өшетін тербелістер.
14.4 Мәжбүрлік тербелістер.

Тербелістер деп әртүрлі қайталанушылық дәрежесімен ерекшеленетін үрдістерді атайды. Қайталанушылықтың мұндай қасиетіне мысалы, сағат маятнигінің тербелісі, шек тербелесі немесе, камертон аяқтары, радиоқабылдағыш контурындағы конденсатор орамалары арасындағы кернеу ие бола алады.

Қайталанушы үрдістің физикалық табиғатына қарай тербелістер мынадай түрлерге бөлінеді: **механикалық, электромагниттік**, т.б.

Тербелуші жүйеге тигізетін әсерінің сипатына қарай **еркін** (немесе меншікті) тербелістер, **еріксіз** тербелістер, **автотербелістер** және **параметрлік** тербелістерді кездестіреміз.

Ең қарапайымы болып **гармонияық тербелістер** саналады, яғни тербеліс кезінде тербелуші шама (мысалы маятниктің ауытқуы) уақыт өте келе синус және косинус заңымен өзгереді. Тербелістердің бұл түрі әсіресе мына себептерге байланысты аса маңызды: біріншіден, тербелістер табиғатта және техникада гармониялық түрге өте жақын сипатта болады, және, екіншіден, бөтен формадағы периодтық үрдістер (уақытқа басқаша тәуелділіктегі) бірнеше гармониялық тербелістердің қабаттасуы ретінде көрінуі мүмкін.

Гармониялық осциллятор. Дененің күш әсерімен тербелуі үрдісін сандық жағынан сипаттау үшін Ньютон механикасы заңдарын пайдалану қажет. Серіппенің серпімділік күші әсерінен тербелуші дененің (мысалы домалақ шар) қозғалысын қарастырайық ($F = - kx$). Үйкеліс күшінің қозғалысқа тигізетін әсерін есепке алмаймыз.

Шарик үшін Ньютонның екінші заңының теңдеуі мына түрде болады:

$$m\ddot{x} = -kx, \qquad (155)$$

мұнда x – тепе-теңдік қалпына дейінгі қашықтық, $\ddot{x}$ – уақыт бойындағы координатаның екінші туындысы, ал k – серіппенің қатаңдығы.

(155) түріндегі теңдеу гармониялық тербелістер теңдеуі деп аталады, ал осы кіші тербелістерді іске асырушы жүйе сызықтық немесе гармониялық **осциллятор** деп аталады. Осылайша, серіппеде тербелуші дене сызықтық осциллятор моделі боп табылады.

Сызықтық осциллятордың басқадай мысалы ретінде ауытқу бұрышы жеткілікті түрде аз болатын физикалық және математикалық маятниктерді қарауға болады.

$w_0^2 = \dfrac{k}{m}$ белгісін енгізе отырып (155) теңдеуін былай түрлендірейік:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = 0. \qquad (156)$$

Сонымен, үйкеліс күші жоқ кезде серпімді күш әсеріндегі қозғалыс (156) дифференциалды теңдеумен сипатталады. Бұл теңдеу **гармониялық тербелістер теңдеуі** деп аталады.

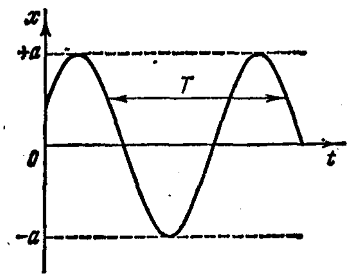
(156) теңдеуінің жалпы шешімі мынадай:

$$x = a\cos(w_0 t + \varphi), \qquad (157)$$

мұнда *a* мен φ – еркін тұрақтылар.

Сонымен, *x*-ң орнынан жылжуы уақыт өте косинус заңы бойынша өзгереді. Демек, $F = -kx$ түріндегі күштің әсерінде тұрған жүйенің қозғалысы гармониялық тербеліс түрінде болады.

Гармониялық тербеліс графигі, яғни (157) функциясының графигі, оған кіруші параметрлермен бірге 14 суретте көрсетілген.



14 Сурет.

a шамасы амплитуда деп, w_0 – гармониялық тербелістің дөңгелек немесе циклдік жиілігі, ал косинус аргументінде тұрған $w_0 t + \varphi$ шама – тербеліс фазасы деп аталады. φ фазаның *t=0* болғандағы мәнін бастапқы фаза дейді. (157) көрінетіндей, *x* мәні $T = \dfrac{2\pi}{w_0}$ уақыт аралығы арқылы қайталанады. Мұндай функция периодтық деп, ал *T* оның периоды деп аталады.

Бастапқы шарттар. Гармониялық тербеліс толығымен жиілікпен, амплитудамен және бастапқы фазамен сипатталады. Жиілік жүйенің физикалық қасиеттерінен тәуелді. Амплитуда мен тербелістің бастапқы фазасын анықтау үшін материялық нүктенің қандай – да бір уақыт мезетіндегі орны мен жылдамдығын білу керек. Егер тербеліс теңдеуі (157) түрінде өрнектелген болса, ал *t=0* мезетінде координата мен жылдамдық соған сәйкес x_0 және v_0-дерге тең болса, онда (157)-нің негізінде мынаны жаза аламыз:

$$x_0 = \alpha cos\varphi; \qquad \dot{x}_0 = v_0 = \frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = -\alpha\omega_0 \sin\varphi. \qquad (158)$$

Осы формулалардан мынаны алуға болады

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}; \qquad tg\varphi = -\frac{v_0}{x_0\omega_0}. \qquad (159)$$

Жылдамдық пен үдеудің өзгерістері. Гармониялық осциллятордың энергиясы. (157)-ні уақыт бойынша дифференциалдап, жылдамдықта гармониялық заң бойынша өзгеретінін көрсетуге болады. Салыстыру көрсеткендей, жылдамдық ығысуды фаза бойынша $\pi/2$-ге алдын орап отырады.

(157) - ні уақыт бойынша екі рет дифференциалдап үдеу үшін өрнекті табуға болады. Анализ көрсететіндей, үдеу мен ығысу қарама-қарсы фазада болады.

Квазисерпімді күш консервативті болып табылады. Сондықтан гармониялық тербелістің **толық энергиясы** тұрақты болып қалуы керек.

Толық энергия үшін формула:

$$E = E_к + E_п = \frac{ka^2}{2} = \frac{ma^2\omega_0^2}{2} \qquad (160)$$

Тербелістердің қосылуы. Соғулар. Бір бағыттағы екі қосылушы гармониялық тербелісті жиілігі бойынша бір бірінен аса айырмашылығы бола қоймайтын жағдайда қарастырайық. Осы үрдіс практикада ерекше қызығушылық тудырады. Мұндай жағдайда қорытқы қозғалысты амплитудасы пульсацияланатын гармониялық тербеліс ретінде қарастыруға болады. Мұндай тербелістер соғулар деп аталады.

Өшетін тербелістер. Сызықтық осциллятордың еркін тербелістері сыртқы күштер жоқ кезде өтеді. Сыртқы күш боп саналатын үйкеліс кезінде сызықтық осциллятордың тербеліс энергиясы азаяды, ал ендеше, тербеліс амплитудасы да төмендейді. Үйкеліс бар кездегі тербелістер **өшетін** бола бастайды. Үйкеліс күші жылдамдыққа қарсы әрекет етеді. Демек, сызықтық осциллятор үшін оның әсері қайта оралтушы күштің азаюына, яғни, серіппенің серпімділігіне (k шамасының азаюы) эквивалентті. Егер $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ болса, онда тербеліс жиілігінің азаюына байланысты периодтың ұлғаятындығын көруге болады.

Сұйық үйкеліс күшін қарастырайық. Қозғалыс теңдеуінің оң жақ бөлігіне сұйық үйкеліс күшін қосар болсақ, онда ол мына түрге енеді:

$$m\ddot{x} = -kx - \beta\dot{x}, \qquad (161)$$

мұнда β – үйкеліс коэффициенті. Бұл теңдеуді мынадай түрге енгізіп жазған ыңғайлы:

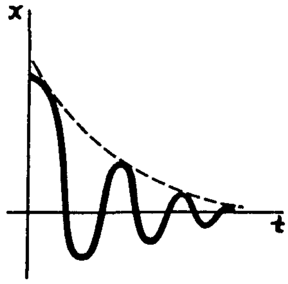
$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + w_0^2 x = 0, \qquad (162)$$

мұнда $\gamma = \frac{\beta}{2m}$, $w_0^2 = \frac{k}{m}$. (162) өшетін тербеліс теңдеуі.

Бұл теңдеудің шешімі мына формула түрінде алынады:

$$x = a_0 e^{-\gamma t}\cos\Omega t. \qquad (163)$$

Бұл амплитудасы ($a = a_0 e^{-\gamma t}$) азаюшы тербеліс, ал жиілік ($\Omega = \sqrt{w_0^2 - \gamma^2}$) тұрақты. Бұл тербелістің графигі 15 суретте берілген.



15 Сурет.

(163) формуласынан көрінетіндей, тербеліс амплитудасы $\tau = \frac{1}{\gamma}$ уақыт ішінде *e=2,7* есе азаяды.

τ уақыт аралығы өшуші тербелістер уақыты деп, ал γ – өшу декременті деп аталады.

Тербеліс амплитудасының период ішіндегі өзгеруі сонымен қоса, $\theta = \gamma T$ шамасымен де сипатталады, ол **өшудің логарифмдік декременті** делінеді.

Мәжбірлік тербелістер. Гармониялық осцилляторға үйкеліс күшінен басқа гармониялық сыртқы күш әсер етсін

$$F = F_0 \cos wt, \tag{164}$$

мұндағы F_0 – күш амплитудасы, *w*- күш жиілігі.

Өшетін тербеліс теңдеуінің орнына қозғалыс келесі теңдеумен сипатталады:

$$m\ddot{x} = -kx - \beta\dot{x} + F_o \cos wt. \tag{165}$$

(165) теңдеуден келесі өрнекті алуға болады:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + w^2{}_o x = \left(\frac{F_o}{m}\right)\cos wt. \tag{166}$$

Осы теңдеу мәжбірлік тербелістер теңдеуі деп аталады.

(166) теңдеудің шешімі

$$x = a_0 \cos(wt + \varphi) \tag{167}$$

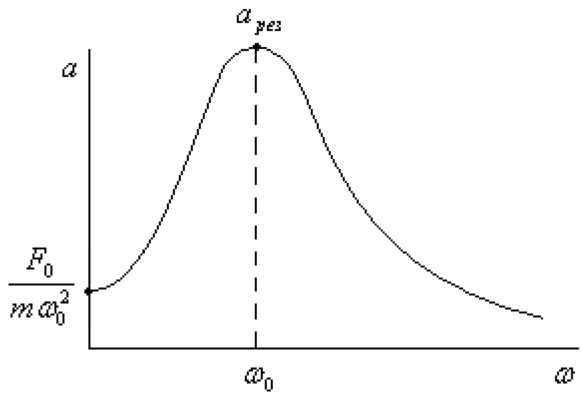
мұндағы a_0 және φ тербелістің амплитудасы және бастапқы фазасы, ал *w*- сыртқы күштің жиілігі.

a_0 және φ келесі формулалардың көмегімен беріледі:

$$a_o = \frac{F_o}{m}\frac{1}{\sqrt{(w_0^2 - w^2)^2 + 4\gamma^2 w^2}}, \tag{168}$$

$$tg\varphi = -\frac{2\gamma w}{w_0^2 - w^2} = \frac{2\gamma w}{w^2 - w_0^2}, \tag{169}$$

Мәжбірлік тербелістің амплитудасының сыртқы күш жиілігінен тәуелділігінің қисығын амплитудалық - жиіліктің сипаттама деп атайды. Оның аналитикалық өрнегі (168) формуламен беріледі, ал графикалық кескіні келесі 16 суретте көрсетілген.



16 Сурет.

Амплитуда өзінің максимал мәніне w осциллятордың меншікті жиілігіне тең болғанда жетеді ($w \approx w_0$).

w_0 – резонанстық жиілік деп аталады, ал максимал амплитудамен тербелу резонанстық тербелу деп аталады. Тербелістің максимал амплитудаға дейін көтерілу құбылысы – резонанстық құбылыс.

Сапалылық. Осциллятордың басты сипаттамасының бірі, оның резонанс кезіндегі тербеліс амплитудасының статикалық тұрақты күш әсерінен ауытқуымен салыстырғандағы өсуі.

1. $w << w_0$. (168) формуладан келесі өрнекті аламыз

$$a_{СТАТ} = \frac{F_o}{m w_o^2}, \tag{170}$$

былайша айтқанда сыртқы күштің өте аз жиілігінде ол жүйеге тұрақты статикалық күш ретінде әсер етеді.

2. $w = w_0$. Бұл резонанстық жағдай. (168) формуладан келесі өрнекке келеміз

$$a_{орез} = \frac{F_o}{m} \frac{1}{2\gamma w_o}. \tag{171}$$

(170) және (171) формулалардан шығатыны

$$Q = \frac{a_{о\,рез}}{a_{оСТАТ}} = \frac{w_o}{2\gamma} = \frac{2\pi}{2\gamma T} = \frac{\pi}{\theta}, \tag{172}$$

мұндағы Θ – өшудің логарифмдік декременті. Q – жүйенің сапалылығы деп аталады.

15 лекция

Толқындар

15.1 Толқындар. Жазық синусоидалды дыбыс толқыны. Кума толқынның теңдеуі

15.2 Толқындардың қабаттасуы (интерференция). Тұрғын толқындар.

15.3 Фазалық жылдамдық

Механикалық не **серпімді** толқындар деп серпімді ортада таралатын механикалық қозуларды (деформациялар) атайды. Ортаға әсер ете отырып, осы қозуларды тудырушы денелер толқындардың **көзі** деп аталады.

Дыбыстық не **акустикалық толқындар** деп интенсивтілігі аз серпімді толқындарды, яғни серпімді ортада таралатын әлсіз механикалық қозуларды атайды.

Серпімді толқындардың ортада таралуы заттың орнын ауыстырумен байланыста емес. Шексіз ортада ол орта бөліктері толқын көздерінен барған сайын алыстай беретін жағдайда оларды мәжбүрлі тербелістерге тартудан тұрады. Мұнда орта құрылымы толық орта ретінде қарастырылады.

Серпімді толқын **бойлық** деп аталады, егер орта бөлшектері толқынның таралу бағытында тербелетін болса. Бойлық толқындар серпімді ортаның көлемдік деформациясымен байланысты, сондықтан кез келген ортада – қатты, сұйық, газ тәрізді – тарала алады. Мұндай толқындардың мысалы ретінде ауадағы дыбыс толқындарын айтуға болады.

Серпімді деформация. Форманың серпімділігі. Көлемдік серпімділік.

Серпімді толқын **көлденең** деп аталады, егер, орта бөлшегі толқынның таралу бағытына перпендикуляр жазықтықтарда тербелсе. Көлденең толқындар серпімді ортаның ығысу деформациясымен байланысты, демек, тек формасы серпімді ортада ғана, яғни қатты денелерде пайда болып, тарала алады.

Ерекше орынды сұйықтың еркін беті бойымен таралатын **беттік толқындар** алады, бұл беттің қозуы сыртқы әсердің күшімен туындайды.

Серпімді толқын **синусоидалды, немесе гармониялы** делінеді, егер тиісінше, орта бөлшектерінің тербелістері гармониялы болса. Бұл тербелестердің жиілігі **толқынның жиілігі** деп аталады.

Ортаның жекелеген бөліктерінің ортаны бойлай, қайсыбір белгілі жылдамдықпен таралушы гармониялық қозғалысы **гармониялық қума толқын** деп аталады.

Механикалық қозулар (деформациялар) серпімді ортада v аяққы жылдамдығымен таралады.

Толқындық бет немесе **толқын фронты** дегеніміз тербелістер фазасы тұра сол мәнге ие болатын нүктелердің геометриялық орны.

Толқын **жазық** делінеді, егер оның толқындық беттері бір біріне параллелді жазықтардың жиынтығы боп келетін болса. Ox өсін бойлай таралушы жазық толқында ортаның тербелісті қозғалысын сипаттаушы y-ң барлық шамалары ортаның қарастырылушы M нүктесінің x координатасы мен уақытқа ғана тәуелді болады. Онда M нүктесіндегі тербелістер координатаның басындағы тербелістерден тек қана уақыт бойымен $\tau = \frac{x}{v}$-ға жылжытылғандығымен ерекшеленеді, мұнда v – толқын жылдамдығы. Сондықтан, Ox өсінің оң бағытын бойлай таралушы жазық толқында y $\left(t - \frac{x}{v}\right)$ айырмасының функциясы болып саналады, олай болса, мұндай **жазық толқынның теңдеуі** мына түрге ие:

$$y(x, t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right). \tag{173}$$

Жазық синусоидалды дыбыс толқыны. Қума толқын теңдеуі.

Құбырға қамалған ауада таралушы және тербелуші поршеньмен жасалушы толқын – жазық дыбыстық толқынның көрінісін береді.

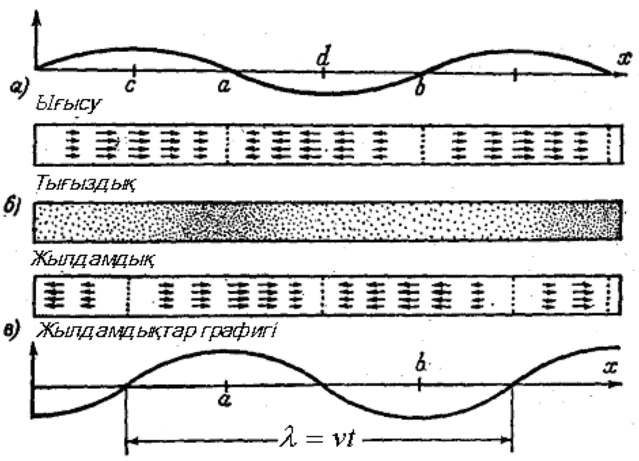
Поршень гармониялық $y_0(t) = a\cos wt$ тербелісін жасасын дейік. Онда, поршенға жақын орналасқан газ бөлшектері тура поршень жылжығандай жылжуда болады және поршеннан синусоидалды жазық толқындар таралады.

Бұл бөлшектердің жылжу тербелістерін былайша жазып көрсетуге болады:

$$y(x, t) = a\cos w(t - \tau) = a\cos\left(wt - \frac{wx}{v}\right). \tag{174}$$

Бұл – **жазық синусоидалды қума толқынның теңдеуі**; ол кез келген t уақыт мезеті үшін газ бөлшегінің тепе-теңдік жағдайынан ауытқитынын көрсетеді. Барлық бөлшектер a **амплитудасы** және w **жиілігімен** гармониялы тербелістер жасайды, бірақ әртүрлі x координатасына ие бөлшектердің тербеліс **фазасы** әрқилы.

Қума синусоидалды толқынның барлық нүктелерінің $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2w}$ мезетіндегі жылжулары графигі 17 суретте көрсетілген (а – ығысу, б – тығыздық, в – жылдамдық).



17 Сурет.

Бөлшектер жылдамдықтарының толқыны мына түрге ие:

$$v(x,t)=\frac{\partial y}{\partial t}=-a\,w\sin\left(wt-\frac{wx}{v}\right). \qquad (175)$$

Бұл толқынның t мезетіндегі жылдамдықтарының графигі 17 суретте көрсетілген.

Бір бірімен **фазада** тербеліске түсетін екі ең жақын нүктелердің арасындағы қашықтық **толқын ұзындығы** деп λ аталады. Бір бірінен s қашықтықта орналасқан нүктелердің тербелістері фазаларының айырымы мынаған тең:

$$\varphi_s=\frac{ws}{v}=\frac{2\pi s}{vT}, \qquad (176)$$

мұнда $T=\frac{2\pi}{w}$ – синусоидалды толқындағы нүктелердің гармониялық тербелістерінің периоды. Онда фазада тербелуші ең жақың нүктелер 2π тең болатын фазалар айырмасына ие болады, немесе

$$\varphi_\lambda=2\pi=\frac{w\lambda}{v}=\frac{2\pi\lambda}{vT} \qquad (177)$$

Осыдан келіп толқын ұзындығы

$$\lambda=vT\,. \qquad (178)$$

Көріп отырғанымыздай, толқын ұзындығы толқынның T тербелістер периоды ішінде өтетін жолына тең.

Толқындардың қабаттасуы (интерференция). Тұрғын толқындар.

Белгілі бір жағдайда екі (немесе бірнеше) толқынды қозғалыстардың қабаттасу құбылысы **интерференция** деп аталады.

Құбырдағы екі дыбысты толқынның интерференциясын қарастырайық. Жалқы жылжулар толқыны x өсінің оң бағытымен таралады және былайша анықталсын делік:

$$y_1=a\cos w\left(t-\frac{x}{v}\right),$$

ал екіншісі

$$y_2=b\cos w\left(t+\frac{x}{v}\right)$$

біріншісіне қарсы таралуда. Екінші y_2 толқынды қашанда екі қума толқынның қосындысы деп қарастыруға болады, атап айтқанда:

$$y_2=a\cos w\left(t+\frac{x}{v}\right)+(b-a)\cos w\left(t+\frac{x}{v}\right).$$

Онда $y(x,\ t)$ қорытқы толқындық қозғалыс екі бөлімнен тұрады: **тұрғын тоқыннан**

$$2a\cos\frac{wx}{v}\cos wt$$

және **қума толқыннан**

$$(b-a)\cos w\left(t+\frac{x}{v}\right).$$

$b=a$ болғанда, яғни бір біріне қарама-қарсы бағыттағы екі жүгірме толқындар бірдей амплитудаларға ие болған кезде қорытқы толқындық қозғалыс **тұрғын толқын** болады.

Жылжулардың тұрғын толқынының түйіндері. Жылжулардың тұрғын толқынының шоқтары.

Фазалық жылдамдық. Синусоидалық толқынның v таралу жылдамдығы **фазалық жылдамдық** деп аталады. Ол синусоидалды толқын фазасының кез келген кесімді мәніне сәйкес келетін кеңістікте орын ауыстырған бет нүктелерінің жылдамдығына тең. Мысалы, жазық синусоидалды толқынға байланысты $wt - kx = const$ шартынан шығатыны: $\frac{dx}{dt} = \frac{w}{k} = v$,

мұнда k – толқындық сан:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{w}{v}.$$

5 Модуль үшін студенттердің өздік жұмысы (СӨЖ)

1. Дыбыс табиғаты. Дыбыс жылдамдығы және оны өлшеу. Ультрадыбыс және оның қолданылуы.